Antônio Trajano

ARITMÉTICA

PRIMÁRIA

Princípios de estudo dos números e do cálculo
até as frações e do Sistema Métrico

3	10	5
8	6	4
7	2	9

Edição atualizada

LIVRARIA FRANCISCO ALVES
166, Rua do Ouvidor, 166 — Rio de Janeiro

S. PAULO
292, Rua Libero Badaró

BELO HORIZONTE
Rua Rio de Janeiro, 655

UNIDADES

PARA PESAR, MEDIR OU CONTAR

Comprimento

O quilômetro tem mil metros

O **metro** » 10 decímetros

O decímetro » 10 centímetros

O centímetro » 10 milímetros

Capacidade

O hectolitro tem cem litros

O **litro** » 10 decilitros

O decilitro » 10 centilitros

O centilitro » 10 mililitros

Peso

A tonelada tem mil quilos

O **quilograma** » mil gramas

O grama » 10 decigramas

O decigrama » 10 centigramas

O centigrama » 10 miligramas

Medidas agrárias

O hectare tem cem ares

O **are** » cem centiares

O centiare » um metro quadrado

Unidades para contar

Um milheiro tem 10 centos

O cento » 100 unidades

A grosa » 12 dúzias

A dúzia » 12 unidades

Unidades monetárias

O **cruzeiro** vale 100 centavos

Unidades monetárias antigas

Um conto de réis vale mil mil-réis

O **mil-réis** » 10 tostões ou 50 vinténs

O tostão » 5 vinténs

Unidades de tempo

O século tem 100 anos

O lustro » 5 anos

O ano » 12 meses

O mês » 30 ou 31 dias

A semana » 7 dias

O dia » 24 horas

A hora » 60 minutos

O minuto » 60 segundos

Pêso ou conteúdo de alguns volumes

A saca de café pesa 60 quilos

A saca de açucar pesa 50 quilos

Em geral, uma saca tem o pêso de 6 q logramas.

A pipa tem 480 litros.

ARITMETICA

PRIMÁRIA

PREPARADA

Para os meninos e meninas que começam o tirocinio dos números nas Escolas Primárias

PELO PROFESSOR

ANTONIO TRAJANO

Autor da Aritmética Elementar Ilustrada, da Aritmética Progressiva e da Algebra Elementar

118.ª EDIÇÃO

Cuidadosamente revista e adaptada ao novo sistema monetário

LIVRARIA FRANCISCO ALVES
166, Rua do Ouvidor, 166 — Rio de Janeiro

S. PAULO
292, Rua Libero Badaró

BELO HORIZONTE
Rua Rio de Janeiro, 655

1947

APERFEIÇOAMENTO DESTA OBRA

Apresentamos a **Arithmética Primária,** impressa em tipo novo, mais desenvolvida, e ilustrada com diversas figuras para esclarecimento de alguns pontos dêste ensino.

O texto sofreu algumas modificações para ficar mais inteligível e fácil, e os exercícios de aplicação tiveram bastante acréscimo para ser bem manejada a parte prática desta disciplina. Suprimimos as regras, porque não são ainda convenientes nestas lições rudimentares dos números.

Esperamos que êste compêndio, assim melhorado, continuará a merecer a aceitação geral que recebeu nas **sessonta e seis edições** já exgotadas.

Depois de concluído o estudo dêste livro, recomendamos aos Senhores Professores a nossa Aritmética Elementar Ilustrada, destinada para as classes mais adiantadas das escolas primárias, e aprovada e adotada ultimamente pelo Concelho Superior de Instrução, para o uso das escolas do Distrito Federal.

A Aritmética Elementar acaba de ser publicada na **60.ª edição,** muito mais desenvolvida e ampliada do que as edições anteriores, e, seguindo a mesma ordem metódica da Aritmética Primária, será de grande vantagem para os alunos no ensino desta matéria.

Antonio Trajano

ARITMETICA PRIMARIA

1. Aritmética é a ciência dos números e arte de calcular por meio de algarismos.

Ha duas espécies de algarismos que se denominam: algarismos arábicos e algarismos romanos.

2. **Algarismos arábicos** são os dez sinais seguintes, chamados:

1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9,	0.
um,	dois,	três,	quatro,	cinco,	seis,	sete,	oito,	nove,	zéro

Os nove primeiros chamam-se algarismos significativos, porque cada um exprime um número; ao zéro dá-se também o nome de cifra.

3. Os algarismos romanos constam de sete letras maiúsculas do nosso alfabeto, tendo cada uma delas valor convencionado. As sete letras e os seus valores são:

I,	V,	X,	L,	C,	D,	M.
um,	cinco,	dez,	cincoenta,	cem,	quinhentos,	mil.

4. Os algarismos arábicos e romanos exprimem os diversos números pela seguinte fórma:

Um	1	I	Vinte	20	XX
Dois	2	II	Vinte e um .	21	XXI
Três	3	III	Trinta	30	XXX
Quatro	4	IV	Quarenta	40	XL
Cinco	5	V	Cincoenta ...	50	L
Seis	6	VI	Sessenta	60	LX
Sete	7	VII	Setenta	70	LXX
Oito	8	VIII	Oitenta	80	LXXX
Nove	9	IX	Noventa	90	XC
Dez	10	X	Cem	100	C
Onze	11	XI	Duzentos	200	CC
Doze	12	XII	Trezentos ...	300	CCC
Treze	13	XIII	Quatrocentos	400	CD
Quatorze	14	XIV	Quinhentos ..	500	D
Quinze	15	XV	Seiscentos ...	600	DC
Dezeseis	16	XVI	Setecentos ...	700	DCC
Dezesete	17	XVII	Oitocentos ..	800	DCCC
Dezoito	18	XVIII	Novecentos ..	900	CM
Dezenove ...	19	XIX	Mil	1000	M

Exercício de aplicação. Os discípulos, tendo lido os seguintes números, o professor ditará êstes ou outros, não excedendo a 100, que êles escreverão na pedra:

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)	(6.)	(7.)	(8.)	(9.)	(10.)
14	79	43	87	71	35	66	59	49	29
32	80	37	78	61	65	38	16	19	39
67	10	96	33	51	85	83	58	27	89
52	73	46	77	21	15	69	88	29	68
25	84	90	82	41	45	87	96	60	27
20	50	11	92	31	13	44	53	100	97

(11.)	(12.)	(13.)	(14.)	(15.)
VII	XIX	XXIX	XXXIII	LXXXI
XI	XXI	XL	XXXV	LXXV
XX	XVIII	XLI	LXIV	XC
VIII	XXX	XLVI	LXVI	XCV
XVI	XXXI	XLIII	LXXV	LXXXII
XIV	XXXVI	LVIII	LXIX	XCIV

DEFINIÇÕES

Antes de entrarmos no estudo da numeração, precisamos saber o que é unidade, quantidade e número.

5. Unidade significa uma só cousa por onde se começa a contar as quantidades. Assim, 25 livros, a unidade é um livro; 18 vinténs, a unidade é um vintém; 8 meninos, a unidade é um menino.

6. Quantidade é uma porção de alguma cousa que se póde pesar, medir ou contar. Uma quantidade de café póde ser pesada; uma quantidade de vinho póde ser medida com o litro; uma quantidade de pano póde ser medida com o metro, e uma quantidade de laranjas póde ser contada.

7. Número é o que exprime quantas unidades contém uma quantidade. Em 38 barricas de farinha, a quantidade é toda essa farinha; a unidade é uma barrica, e o número das unidades ou barricas é 38.

8. Os números dividem-se em pares e ímpares, abstratos e concretos, primos e múltiplos.

Números pares são os que terminam em 2, 4, 6, 8 ou 0.

Números ímpares são os que terminam em 1, 3, 5, 7 ou 9.

Assim, 16, 58, 374 são números pares, e 15, 29, 283 são números ímpares.

Números abstratos são os que não estão unidos a nome algum, como 5, 20, 35, etc.

Números concretos são os que estão unidos ao nome dos objetos para exprimir o seu número, como 5 livros, 20 penas, 35 casas, etc.

NUMERAÇÃO

9. **Numeração** é a parte da Aritmética que ensina a ler os números e a escrevê-los por meio de algarismos.

Para aprendermos a ler e a escrever os números, é necessário começarmos pela formação das diversas unidades.

10. Uma só cousa chama-se uma unidade, dez cousas chamam-se dez unidades ou uma dezena, cem cousas chamam-se cem unidades ou uma centena; mil cousas chamam-se mil unidades ou um milhar.

Dez unidades iguais formam uma unidade imediatamente superior; de sorte que,

dez unidades simples formam uma dezena;
dez dezenas formam uma centena;
dez centenas formam um milhar;
dez milhares formam uma dezena de milhares;
dez dezenas de milhares formam uma centena de milhares;
dez centenas de milhares formam um milhão, etc.

A base desta numeração é sempre dez, e por isso se chama **numeração decimal.**

11. Em um número, cada espécie de unidades é representada por um só algarismo, e o lugar que êste ocupa chama-se ordem. Começando da direita para a esquerda as unidades ocupam a primeira ordem; as dezenas, a segunda; as centenas, a terceira; os milhares, a quarta, e assim por diante, como se vê na seguinte tabela:

13ª	12ª	11ª	10ª	9ª	8ª	7ª	6ª	5ª	4ª	3ª	2ª	1ª
TrilIões.......	centenas de biliões ...	dezenas de biliões....	Biliões.......	centenas de milhões...	dezenas de milhões ...	Milhões.......	centenas de milhares ..	dezenas de milhares...	Milhares......	centenas.........	dezenas	Unidades......
3	2	4	9	9	8	7	6	5	4	3	2	5

12. Por esta disposição gradual, dá-se também ás diversas unidades o nome da ordem que ocupam nos números. Assim,

as unidades simples são unidades da 1.ª ordem;
as dezenas são unidades da 2.ª ordem;
as centenas são unidades da 3.ª ordem;
os milhares são unidades da 4.ª ordem;
as dezenas de milhares são unidades da 5.ª ordem;
as centenas de milhares são unidades da 6.ª ordem;
os milhões são unidades da 7.ª ordem, etc.

13. Valor absoluto e valor relativo. Valor absoluto de um algarismo é o valor que êle tem isolado, devido á sua forma. Chama-se valor relativo de um algarismo o valor que êle adquire, conforme a posição que ocupa em um número. Assim, o valor absoluto do algarismo 2 é sempre o mesmo; mas o seu valor relativo varia; no número 22, por exemplo, o valor relativo do primeiro 2 é vinte, ao passo que o do segundo é dois mesmo.

14. A cifra isolada não tem valor algum; mas serve para indicar ausência de unidades de uma ordem. Assim, no número 20, como não há unidades simples, o lugar desta ordem é ocupado por uma cifra; do contrario, ficaria 2. No número 3005, como não há dezenas nem centenas, os lugares destas ordens são ocupados por cifras, para o número não ficar reduzido a 35.

15. Dividindo-se um número em classes de três algarismos, começando pela direita, em cada classe haverá unidades, dezenas e centenas. Na primeira classe, as unidades são simples; na segunda, as unidades são os milhares; na terceira, as unidades são os milhões; na quarta, as unidades são os biliões, etc. A última classe nem sempre tem dezenas e centenas, isto é, pode conter um ou dois algarismos apenas.

A classe que está ao lado, contém 6 centenas, 3 dezenas e 5 unidades. Ora, como 6 centenas conteem seiscentas unidades, e 3 dezenas teem 30, a classe se lê: *Seiscentas e trinta e cinco unidades*. Se, em lugar de unidades, fossem milhões, a classe ler-se-ia: 635 milhões, trocando só a palavra unidades por milhões, e o mesmo com as outras classes.

Centenas	Dezenas	Unidades
6	3	5

Problema. Como se lê o número 2 7 9 3 8 4 5 6 8 7 5 2 1 4?

Solução. Dividindo o número acima em classes de três algarismos, achamos que tem cinco classes; e como a primeira classe é das unidades simples, a segunda dos milhares, a terceira dos milhões, a quarta dos biliões e a quinta dos triliões, segue-se que o número contém 27 triliões, 938 biliões, 456 milhões, 875 milhares e 214 unidades.

Trilhões	Biliões	Milhões	Milhares	Unidades
27,	938,	456,	875,	214,

Exercício de aplicação. Os discípulos enunciarão os números seguintes, e depois o professor ditará êstes ou outros para êles escreverem na pedra:

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)
109	875	8 080	68 765	9 865 837
221	908	9 009	80 074	9 090 909
335	1 000	10 000	197 343	16 593 207
446	2 004	10 080	795 890	854 389 300
667	3 050	42 050	871 049	900 000 000
718	4 600	55 555	957 412	3 875 873 893

Numeração das quantias

16. A palavra quantia significa qualquer quantidade de dinheiro.

17. Na nossa moeda só há duas unidades: o *cruzeiro* e o *centavo,* sendo que o cruzeiro tem 100 centavos.

Estas são as moedas novas criadas no Brasil pelo Decreto-Lei de 5 de Outubro de 1942.

18. Antes desta lei havia três unidades principais, que damos a seguir, pois a elas se referem as moedas que ainda estão circulando:

Unidade inferior .... Um real
Unidade média .... Mil réis
Unidade superior .... Conto de réis

19. Para se indicar uma quantia nessas unidades escreve-se um cifrão ($) entre as centenas e os milhares; assim

Um mil réis escreve-se .... 1$000
4 *mil* e 500 *réis* escreve-se .... 4$500

Si quisermos indicar *um real,* escreveremos

Um real $001

Do mesmo modo,

40 réis $040
125 réis $125

Neste sistema, o milhão de réis tem o nome de *conto de réis*; entre o algarismo das centenas de milhar e o das unidades de milhão, colocam-se dois pontos; assim

8 *contos de réis* escreve-se	8:000$000
35 *contos e* 840 *mil réis*	35:840$000
7 *contos,* 425 *mil e* 600 *réis*	7:425$600

Quando se tratar de um número inteiro de mil réis, de modo que os três ultimos algarismos são zeros, estes podem ser suprimidos; exemplo: 28:231$.

OBSERVAÇÃO — À pagina 62 deste livro se ensinará como ler e escrever as quantias no sistema atual, isto é, expressas em cruzeiros e centavos.

OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS

20. As operações fundamentais da Aritmética são quatro, que se denominam **Somar, Diminuir, Multiplicar e Dividir.** Chamam-se fundamentais, porque servem de base para efetuar todas as outras operações dos cálculos.

Os sinais aritméticos que indicam as quatro operações fundamentais são os seguintes:

O sinal de somar	é +	que se lê: *mais.*
O sinal de diminuir	é —	que se lê: *menos.*
O sinal de multiplicar	é ×	que se lê: *multiplicado por.*
O sinal de dividir	é ÷	que se lê: *dividido por.*
O sinal de igualdade	é =	que se lê: *igual a.*
O sinal	=?	que se lê: *igual a quanto?*

21. Na aplicação das quatro operações fundamentais, precisamos saber o que significam as palavras problema e solução.

Problema é uma questão que requer uma ou mais quantidades desconhecidas que se teem de obter por meio de quantidades conhecidas.

Solução é um processo por meio do qual se acha a resposta do problema.

SOMAR

Nota. Para podermos reunir facilmente as parcelas de uma soma, precisamos saber com perfeição a seguinte tabuada de somar:

2 + 1 = 3	3 + 1 = 4	4 + 1 = 5	5 + 1 = 6
2 + 2 = 4	3 + 2 = 5	4 + 2 = 6	5 + 2 = 7
2 + 3 = 5	3 + 3 = 6	4 + 3 = 7	5 + 3 = 8
2 + 4 = 6	3 + 4 = 7	4 + 4 = 8	5 + 4 = 9
2 + 5 = 7	3 + 5 = 8	4 + 5 = 9	5 + 5 = 10
2 + 6 = 8	3 + 6 = 9	4 + 6 = 10	5 + 6 = 11
2 + 7 = 9	3 + 7 = 10	4 + 7 = 11	5 + 7 = 12
2 + 8 = 10	3 + 8 = 11	4 + 8 = 12	5 + 8 = 13
2 + 9 = 11	3 + 9 = 12	4 + 9 = 13	5 + 9 = 14
2 + 10 = 12	3 + 10 = 13	4 + 10 = 14	5 + 10 = 15
6 + 1 = 7	7 + 1 = 8	8 + 1 = 9	9 + 1 = 10
6 + 2 = 8	7 + 2 = 9	8 + 2 = 10	9 + 2 = 11
6 + 3 = 9	7 + 3 = 10	8 + 3 = 11	9 + 3 = 12
6 + 4 = 10	7 + 4 = 11	8 + 4 = 12	9 + 4 = 13
6 + 5 = 11	7 + 5 = 12	8 + 5 = 13	9 + 5 = 14
6 + 6 = 12	7 + 6 = 13	8 + 6 = 14	9 + 6 = 15
6 + 7 = 13	7 + 7 = 14	8 + 7 = 15	9 + 7 = 16
6 + 8 = 14	7 + 8 = 15	8 + 8 = 16	9 + 8 = 17
6 + 9 = 15	7 + 9 = 16	8 + 9 = 17	9 + 9 = 18
6 + 10 = 16	7 + 10 = 17	8 + 10 = 18	9 + 10 = 19

1.ª Lição de somar

22. Somar é reunir o valor de dois ou mais números em um número só.

Os números que se somam chamam-se **parcelas**, e o resultado da operação chama-se **soma**.

23. O sinal + escrito entre dois números, mostra que êstes números devem ser adicionados; assim, 2 + 3 = 5, lê-se: *2 mais 3 igual a 5.*

Problema. Um quadro tem uma carreira com 4 estrelinhas, outra com 3 e outra com 2; quantas estrelinhas tem o quadro?

4 estrelinhas
3 estrelinhas
2 estrelinhas

9 estrelinhas

Solução. Reunindo as três parcelas em uma só, temos 4 e 3 são 7, e 2 são 9. A soma é 9, e por isso o quadro tem 9 estrelinhas.

* * * * + * * * + * * = * * * * * * * * *

Exercício geral de aplicação:

1. 8 árvores mais 4 árvores, quantas árvores são ?
2. 5 janelas mais 2 janelas ?
3. 6 pássaros mais 3 pássaros ?
4. 2 crianças, mais 3 crianças, mais 5 crianças ?
5. 3 botes mais 2 botes ?
6. 5 lenços, mais 4 lenços, mais 3 lenços, quantos lenços são ?
7. 5 copos, 4 copos, 6 copos e 1 copo, somados, quantos copos são ?
8. Quanto somam as três parcelas 3$, 2$, e 5$?
9. Reunir em uma só quantia 2$, 5$, 5$ e 8$.
10. 8 laranjas mais 7 laranjas, quantas laranjas são ?

2.ª Lição de somar

24. Todas as parcelas de uma soma devem ser quantidades da mesma espécie de cousas, como 3 livros e 5 livros, que fazem 8 livros.

Exercício de aplicação:

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)
2 dias	2 horas	3 meses	2 facas	3 rolhas
3 dias	4 horas	2 meses	5 facas	4 rolhas
1 dia	2 horas	4 meses	1 faca	2 rolhas
6 dias				

3.ª Lição de somar

25. Seja qual fôr a ordem em que escrevemos as parcelas de uma soma, o resultado será sempre o mesmo.

Exercício de aplicação. O professor mostrará aos discípulos que as oito primeiras colunas teem todas as parcelas 1, 2, 3, 4, 5 e 6, e embora sejam tomadas em ordens diversas, dão sempre a mesma soma.

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)	(6.)	(7.)	(8.)
1	6	2	5	3	4	1	6
2	5	3	3	1	6	6	5
3	4	6	1	5	2	2	1
4	3	1	6	2	1	5	2
5	2	4	4	4	5	3	4
6	1	5	2	6	3	4	3
21							

(9.)	(10.)	(11.)	(12.)	(13.)	(14.)	(15.)	(16.)
5	8	7	9	6	2	9	2
2	4	3	1	5	5	1	8
3	3	9	2	1	3	8	5
9	6	2	4	3	9	1	3
3	2	3	5	3	2	7	2
1	1	6	2	2	1	1	3
4	5	7	3	4	7	6	6

4.ª Lição de somar

26. O sinal + póde ser repetido muitas vezes; assim $3+4+2+5=14$, lê-se: *3 mais 4, mais 2 e mais 5 são iguais a 14.*

1. $3+5+2+4+8 = 22$
2. $5+2+4+8+6 = ?$
3. $2+4+8+6+7 = ?$
4. $4+8+6+7+8 = ?$
5. $8+6+7+8+9 = ?$
6. $6+7+8+9+1 = ?$
7. $5+3+4+5+2+8 = ?$
8. $6+4+3+7+5+7 =$
9. $7+2+1+5+2+9 =$
10. $3+9+2+9+1+2 =$
11. $4+7+2+1+5+3 =$
12. $8+2+5+3+6+6 =$

5.ª Lição de somar

27. Quando se tiver de somar números compostos, põem-se uns por baixo dos outros de modo que as unidades de mesma ordem fiquem em coluna vertical e soma-se coluna por coluna a partir da direita.

1. + 15, 21, 10 e 43
2. + 25, 11, 30 e 22
3. + 13, 20, 12 e 34
4. + 15, 3, 20 e 31
5. + 14, 20, 31 e 22
6. + 123, 312, 104 e 250
7. + 221, 105, 200 e 362
8. + 1231, 2250, 2107 e 1310
9. + 12512, 11131, 21120 e 54123
10. + 213, 341, 125 e 310

Nota. Estes exercícios tem por fim ensinar os dicípulos a dispor as parcelas para somar e nêles a soma de cada coluna não excederá a 9.

6.ª Lição de somar

28. Quando a soma de uma coluna exceder a 9, e na operação houver mais de uma coluna, formam-se unidades superiores para juntar á coluna seguinte.

Problema. Qual é a soma de 275, 164, 82 e 806 ?

Solução. A soma da coluna das unidades é 17; ora, 17 unidades conteem 1 dezena e 7 unidades. Escreve-se 7 debaixo das unidades, e a dezena vai para a coluna seguinte que com ela soma 22; ora, 22 dezenas conteem 2 centenas e 2 dezenas. Escreve-se 2 debaixo das dezenas, e as 2 centenas vão para a coluna seguinte que soma 13 centenas. A soma das quatro parcelas é 1327.

	Centenas	Dezenas	Unidades
	2	7	5
	1	6	4
		8	2
	8	0	6
1	3	2	7

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)	(6.)	(7.)
24	30	45	81	16	29	5
32	23	33	72	12	17	29
51	64	61	63	44	5	4
70	62	45	19	27	83	72
177						

(8.)	(9.)	(10.)	(11.)	(12.)	(13.)	(14.)
235	279	8	235	238	300	250
134	135	25	421	25	75	321
563	401	130	79	142	3	146
325	254	244	253	9	29	79
270	376	323	9	331	200	8

(15.)	(16).	(17.)	(18.)	(19.)	(20.)	(21.)
750	1820	6500	12600	250	150	234
480	2350	7900	7800	380	25	780
965	7500	3750	15700	75	8	976
320	2120	2800	22900	152	25	486
500	3150	1150	8250	143	272	773

7.ª Lição de somar

29. Prova é uma segunda operação para verificar a exatidão da primeira.

A prova mais simples da soma e que melhor póde ser compreendida por uma criança, é a seguinte: Passa-se um traço em cima da primeira parcela, e depois soma-se de baixo para cima, escrevendo-se a soma em cima do traço, como se vê no modêlo que está ao lado. Se as duas somas forem iguais, é presumivel que a operação esteja certa. Ha outras provas da soma, que podem ser estudadas na nossa **Aritmética Elementar.**

```
 1 6 3 0
 -------
   7 4 2
   2 7 3
   2 5 4
   3 6 1
 -------
 1 6 3 0
```

Exercício de aplicação. Efetuar as seguintes adições e tirar a prova de cada uma.

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)	(6.)
1237	5413	7932	3579	23456	56438
3654	2107	1231	2500	7394	23070
5432	3054	6000	3771	65495	23197
6378	2540	3575	2931	26	59219
3625	3791	9635	5212	3764	38545
4321	5219	3705	7931	24961	27312

8.ª Lição de somar

1. Nesta figura vemos 2 grandes feixes de cabos de vassoura, tendo mil cabos cada um; vemos 3 feixes menores, tendo cem cada um; vemos 4 feixes, tendo dez cada um, e vemos mais dois cabos avulsos; qual é a soma de todos estes cabos ?

2. Uma senhora deu a um menino 12 nozes; a outro 15, e a outro 17; quantas nozes deu?

3. Joãozinho comprou um lapis por um cruzeiro; uma caneta por 2 cruzeiros; um livro por 5 cruzeiros, e 2 cadernos de papel por 2 cruzeiros; quanto gastou ?

4. Luizinha tinha 16 ovos, mas recolhendo mais 25, com quantos ficou ?

5. Uma cosinheira juntou num embrulho 480 gramas de carne, 420 gramas de açúcar, 620 gramas de farinha e 230 gramas de manteiga. O papel pesa 15 gramas. Quanto pesava o embrulho ?

6. Um homem tem 48 anos e sua mulher, 39; qual é a soma das duas idades ?

7. Um capitalista comprou uma parelha de cavalos por 1.200 cruzeiros; uma carruagem por 1.450 cruzeiros e os arreios por 450 cruzeiros; quanto gastou nesta compra ?

8. Um menino recebeu no dia de seus anos os seguintes presentes: 15 cruzeiros de seu pai, 10 cruzeiros de sua mãe, 25 cruzeiros do tio e 35 de sua avó. Quantos cruzeiros ganhou ao todo ?

9. Uma menina tinha num album 18.920 selos, mas pondo mais 840 e depois 1.260 selos, com quantos selos ficou no album ?

10. Comprei um relógio por 165 cruzeiros e vendi-o com lucro de 5 cruzeiros; por quanto vendi o relógio ?

11. Quatro pessoas guardaram num cofre as seguintes quantias: uma guardou 3.800 cruzeiros, outra 5.500 cruzeiros, outra 6.600 e finalmente a quarta, 4.000 cruzeiros. Que importância ficou no cofre ?

12. José tem 8 livros. Roberto tem 7, e Renato tem tantos como José e Roberto; quantos livros tem Renato ?

13. Um fazendeiro vendeu 25 sacas de café; depois vendeu mais 39, depois 48; quantas sacas de café vendeu ?

14. Dezoito litros, mais doze litros, mais vinte litros, quantos litros são ?

15. Um viajante andou no primeiro dia 36 quilômetros, no segundo 40, no terceiros 48, e no quarto 26; quantos quilômetros andou nos quatro dias ?

16. Um negociante comprou 400 metros de algodão, 480 metros de morim, mais 120 metros de chita; quantos metros de fazenda comprou?

DIMINUIR

Nota. Para se efetuar uma subtração, é necessário saber com perfeição a seguinte tabuada de subtrair:

2 — 2 = 0	3 — 3 = 0	4 — 4 = 0	5 — 5 = 0
3 — 2 = 1	4 — 3 = 1	5 — 4 = 1	6 — 5 = 1
4 — 2 = 2	5 — 3 = 2	6 — 4 = 2	7 — 5 = 2
5 — 2 = 3	6 — 3 = 3	7 — 4 = 3	8 — 5 = 3
6 — 2 = 4	7 — 3 = 4	8 — 4 = 4	9 — 5 = 4
7 — 2 = 5	8 — 3 = 5	9 — 4 = 5	10 — 5 = 5
8 — 2 = 6	9 — 3 = 6	10 — 4 = 6	11 — 5 = 6
9 — 2 = 7	10 — 3 = 7	11 — 4 = 7	12 — 5 = 7
10 — 2 = 8	11 — 3 = 8	12 — 4 = 8	13 — 5 = 8
11 — 2 = 9	12 — 3 = 9	13 — 4 = 9	14 — 5 = 9

6 — 6 = 0	7 — 7 = 0	8 — 8 = 0	9 — 9 = 0
7 — 6 = 1	8 — 7 = 1	9 — 8 = 1	10 — 9 = 1
8 — 6 = 2	9 — 7 = 2	10 — 8 = 2	11 — 9 = 2
9 — 6 = 3	10 — 7 = 3	11 — 8 = 3	12 — 9 = 3
10 — 6 = 4	11 — 7 = 4	12 — 8 = 4	13 — 9 = 4
11 — 6 = 5	12 — 7 = 5	13 — 8 = 5	14 — 9 = 5
12 — 6 = 6	13 — 7 = 6	14 — 8 = 6	15 — 9 = 6
13 — 6 = 7	14 — 7 = 7	15 — 8 = 7	16 — 9 = 7
14 — 6 = 8	15 — 7 = 8	16 — 8 = 8	17 — 9 = 8
15 — 6 = 9	16 — 7 = 9	17 — 8 = 9	18 — 9 = 9

1.ª Lição de subtrair

30. **Diminuir** ou **subtrair** é tirar um número menor de outro maior.

O número maior chama-se **minuendo**: o número menor chama-se **subtraendo**, e o resultado da operação, chama-se **resto** ou **diferença**.

31. O sinal —, escrito entre dois números, mostra que o segundo número deve ser subtraido do primeiro: assim 3 — 2 = = 1, lê-se *3 menos 2 igual a 1.*

Problema. De 7 linhas tirando 4, quantas restam ?

7 — 4 = 3

Solução. De 7 tirando 4, restam 3. Nesta operação, 7 é o minuendo, 4 é o subtraendo e 3 é o resto.

Exercício oral de aplicação:

1. 8 laranjas menos 3 laranjas, quantas laranjas são?
2. 9 mangas menos 6 mangas ?
3. 7 óvos menos 4 óvos ?
4. De 6 garrafas tirando 4, quantas restam ?
5. De 8 doces subtraindo 6, quantos restam ?
6. De 10$ subtraindo 8$, que quantia resta?
7. Quanto resta de uma dúzia de maçãs, tirando 8?
8. Estavam 10 pombas em uma árvore; voando 7, quantas ficaram ? Voando mais 3, quantas ficaram ?
9. Na subtração 10 — 7 = 3, qual é o minuendo? qual é o subtraendo? e qual é o resto ?
10. De 13 metros de fazenda tirando 7, quantos restam ?
11. Qual é a diferença entre 8 e 11 ?

2.ª Lição de subtrair

32. Na subtração há dois casos a considerar:

1.° Quando todos os algarismos do subtraendo são menores do que os seus correspondentes no minuendo.

2.° Quando algum algarismo do subtraendo é maior do que o seu correspondente no minuendo.

33. **Primeiro caso.** Quando os algarismos do subtraendo são menores do que os seus correspondentes no minuendo, opera-se a subtração de cada ordem, escrevendo 'o resto debaixo dela.

Problema. De 756 tirando 324 quanto resta ?

Solução. Escreve-se o subtraendo debaixo do minuendo, de sorte que as unidades fiquem debaixo das unidades, as dezenas debaixo das dezenas, etc., e em baixo passa-se um traço. Nas unidades, temos 6 menos 4 são 2; nas dezenas, temos 5 menos 2 são 3, e nas centenas, temos 7 mênos 3 são 4. O resto é 432.

Minuendo	7 5 6
Subtraendo	3 2 4
Resto	4 3 2

Exercício de aplicação. Nestes exercícios todas as ordens do subtraendo são menores do que as ordens correspondentes do minuendo.

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)	(6.)	(7.)
32	36	48	286	436	732	9873
11	15	21	172	312	611	5321
21						

(8.)	(9.)	(10.)	(11.)	(12.)	(13.)
5386	9784	89456	79835	314589	23545
4015	351	24135	21703	2437	2434

(14.)	(15.)	(16.)	(17.)	(18.)
287453	974571	738945	894569	753863
2312	523150	10312	123038	21750

3.ª Lição de subtrair

34. Segundo caso. Quando o subtraendo tem algum algarismo maior do que o correspondente do minuendo, opera-se do seguinte modo:

Problema. De 426 subtraindo 284, quanto resta ?

Solução. Nas unidades, subtraindo 4 de 6 restam 2. Nas dezenas, como não podemos subtrair 8 de 2, tomamos 1 centena das 4, e, como a centena tem 10 dezenas, adicionamos estas com as 2, e fazem 12 dezenas. Agora, de 12 tirando 8, restam 4. Como já tiramos 1 centena, restam agora só 3; de 3 tirando 2 fica 1. O resto da subtração é 142.

4 2 6
2 8 4
1 4 2

Exercício de aplicação. Efetuar as seguintes subtrações:

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)	(6.)
427	573	615	4563	8956	25645
293	428	346	2384	1767	14632

(7.)	(8.)	(9.)	(10.)	(11.)	(12.)
12521	95635	70540	978742	521998	25468
8470	3817	50391	1529	7299	17508

(13.)	(14.)	(15.)	(16.)	(17.)	(18.)
840	25840	49920	67320	184	7250
560	12380	27680	20640	128	5380

4.ª Lição de subtrair

36. **Prova.** Para se verificar se uma subtração está exata, somam-se o subtraendo e o resto, e se a soma for igual ao minuendo, a operação estará certa.

Exercício de aplicação. Efetuar as seguintes subtrações e tirar a prova de cada uma.

	(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)
Minuendo	5463	25643	568943	5649396	256
Subtraendo	1582	13872	203072	239538	109
Resto	3881				
Prova	5463				

5.ª Lição de subtrair

1. De 16 estrelinhas tirando 4, quantas restam ?

* * * *
* * * *
* * * *
* * * *

2. Um menino tinha 35 penas, mas tendo dado 16 a sua irmã, quantas lhe restaram ? —

3. Uma senhora, tendo comprado um chapéu por 24 cruzeiros, deu em pagamento uma nota de 50 cruzeiros. Quanto recebeu de troco ?

4. Luizinha comprou numa loja alguns objetos que importaram em 248 cruzeiros; deu em pagamento uma nota de 500 cruzeiros. Quanto recebeu de troco ?

5. Uma bengala de junco pesa 250 gramas; o castão e a ponteira pesam juntos 148 gramas. Qual o peso do junco ?

6. Um fazendeiro tinha 123 carneiros, mas vendendo 45, quantos lhe restaram ?

7. O minuendo é 1329, o subtraendo é 890: qual é o resto ?

8. A soma de dois números é 486, um dos números é 243, qual é o outro ?

9. De um pombal com 87 pombas, fugiram 19; quantas restaram ?

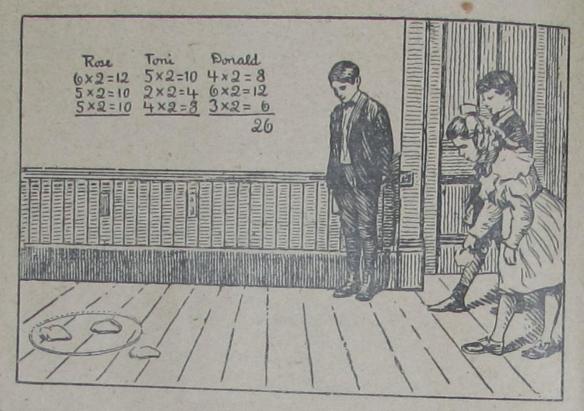
10. Um menino tinha 17 amêndoas, deram-lhe mais 9, mas êle comendo uma dúzia, quantas lhe restaram ?

11. Um menino tinha 11 passarinhos; depois comprou 13, mas fugindo-lhe 8 quantos lhe restaram?

12. Um tábua tinha 25 palmos de comprimento, mas cortando dela um pedaço de 9 palmos, com que comprimento ficou ?

6ª Lição de somar e subtrair

13. Achar o valor de 326 + 735 + 89 — 608. Resp. ?
14. Operar 356 + 397 — 725. » ?
15. Qual é a soma de 1354 + 1365 + 89 — 135? » ?
16. Qual é o resultado de 798 + 1365 — 525? » ?
17. 8436 + 367 + 108 — 475 = ? » ?
18. 63 + 295 + 132 — 187 = ? » ?
19. 7367 + 1367 + 870 — 1367 = ? » ?
20. 3873 — 876 + 5679 = ? » ?
21. 3795 + 7395 — 7651 = ? » ?
22. 3573 + 2571 — 1015 = ? » ?
23. 3600 — 1859 + 2500 = ? » ?
24. 2500 + 3750 — 5000 = ? » ?
25. 150$ + 256$ + 156$ — 320$ = ? » ?
26. 333$ + 777$ + 200$ — 950$ = ? » ?
27. 250$ + 250$ + 400$ — 900$ = ? » ?
28. 990$ + 85$ + 79$ — 881$ = ? » ?
29. 3756 + 3752 + 223 — 5750 = ? » ?
30. 7560 + 2350 + 21 — 9050 = ? » ?
31. 2560 + 2631 + 17 — 3029 = ? » ?
32. XXX + XLV + XVI — XC = ? » ?
33. LXX + XIX + VIII — LX = ? » ?
34. CCC + XXX + III — CC = ? » ?

MULTIPLICAR

Nota. Para se operar uma multiplicação é necessário saber com perfeição a seguinte tabuada de multiplicar:

2 × 1 = 2	3 × 1 = 3	4 × 1 = 4	5 × 1 = 5
2 × 2 = 4	3 × 2 = 6	4 × 2 = 8	5 × 2 = 10
2 × 3 = 6	3 × 3 = 9	4 × 3 = 12	5 × 3 = 15
2 × 4 = 8	3 × 4 = 12	4 × 4 = 16	5 × 4 = 20
2 × 5 = 10	3 × 5 = 15	4 × 5 = 20	5 × 5 = 25
2 × 6 = 12	3 × 6 = 18	4 × 6 = 24	5 × 6 = 30
2 × 7 = 14	3 × 7 = 21	4 × 7 = 28	5 × 7 = 35
2 × 8 = 16	3 × 8 = 24	4 × 8 = 32	5 × 8 = 40
2 × 9 = 18	3 × 9 = 27	4 × 9 = 36	5 × 9 = 45
2 × 10 = 20	3 × 10 = 30	4 × 10 = 40	5 × 10 = 50
6 × 1 = 6	7 × 1 = 7	8 × 1 = 8	9 × 1 = 9
6 × 2 = 12	7 × 2 = 14	8 × 2 = 16	9 × 2 = 18
6 × 3 = 18	7 × 3 = 21	8 × 3 = 24	9 × 3 = 27
6 × 4 = 24	7 × 4 = 28	8 × 4 = 32	9 × 4 = 36
6 × 5 = 30	7 × 5 = 35	8 × 5 = 40	9 × 5 = 45
6 × 6 = 36	7 × 6 = 42	8 × 6 = 48	9 × 6 = 54
6 × 7 = 42	7 × 7 = 49	8 × 7 = 56	9 × 7 = 63
6 × 8 = 48	7 × 8 = 56	8 × 8 = 64	9 × 8 = 72
6 × 9 = 54	7 × 9 = 63	8 × 9 = 72	9 × 9 = 81
6 × 10 = 60	7 × 10 = 70	8 × 10 = 80	9 × 10 = 90

1.ª Lição de multiplicar

37. Multiplicar é repetir um número tantas vezes quantas são as unidades de outro.

O número que se multiplica, chama-se **multiplicando;** o número pelo qual êste se multiplica, chama-se **multiplicador;** e o resultado da multiplicação chama-se **produto.**

O multiplicando e o multiplicador chamam-se também **fatores** do produto.

38. O sinal ×, escrito entre dois números, mostra que estes números devem ser multiplicados, assim $3 \times 2 = 6$ lê-se: *3 multiplicado por 2 igual a 6 ou 3 vezes 2 igual a 6.*

Problema. Tendo cada linha 4 estrelas, quantas estrelas terão 3 linhas?

* * * *

* * * *

* * * *

Solução. 1 linha tem 4 estrelas; 2 linhas teem 2 vezes 4 estrelas, e 3 linhas teem 3 vezes 4 estrelas, que são 12 estrelas. Nesta operação, 4 é o multiplicando, 3 o multiplicador, e 12 é o produto.

Vemos neste problema que o multiplicador é um número abstrato, e que o produto é uma quantidade da mesma espécie que o multiplicando.

4 estrelas
3
12 estrelas

Exercício oral de aplicação.

1. 5 vezes 2? 5 vezes 2 cruzeiros? 5 vezes 3 cruzeiros? 5 vezes 5 centavos?

2. Custando um pêssego 10 centavos; quanto devem custar 5 pêssegos? Quanto devem custar 7?

3. Custando um abacate 20 centavos, quanto devem custar 5 abacates? Quanto devem custar 4?

4. Tendo um colete 7 botões, 20 coletes quantos botões devem ter?

5. Na multiplicação $8 \times 3 = 24$, quais são os fatores e qual é o produto?

6. Sendo 6 e 7 os fatores de uma multiplicação, qual é o produto ?

7. Custando 1 metro de morim 1 cruzeiro, quanto devem custar 15? Quanto devem custar 20.

8. Se 1 manga vale 3 lraranjas, 5 mangas quantas laranjas valerão?

9. Si uma lata de doce pesa 500 gramas, 6 latas quanto devem pesar? e qual o peso de 10 latas ?

11. Se um menino ganha 2 moedas por dia, quantas ganhará em 7 dias ?

2.ª Lição de multiplicar

39. Na multiplicação ha três casos a considerar:

1º Quando o multiplicando e o multiplicador teem um só algarismo;

2º Quando só o multiplicando tem mais de um algarismo;

3º Quando ambos os fatores teem mais de um algarismo.

40. Primeiro caso. Quando o multiplicando e o multiplicador teem um só algarismo, acha-se facilmente o produto por meio da tabuada de multiplicar que os discípulos devem ter de memória.

Problema. Quanto é 6 multiplicado por 4?

Solução. Escreveremos 6 como multiplicando: debaixo dêle escreveremos 4 como multiplicador; depois faremos um traço e diremos: 4 vezes 6 são 24, que escreveremos como produto debaixo do traço.

Multiplicando	6	6
Multiplicador	4	6
		6
Produto	24	6
		24

41. Multiplicar é um modo abreviado de somar números iguais, pois multiplicar 6 por 2 é o mesmo que repetir o número 6 duas vezes, que são $6 + 6 = 12$; multiplicar 6 por 3 é repetir o número 6 três vezes que são $6 + 6 + 6 = 18$; multiplicar 6 por 4 é repetir o número, 6 quatro vezes, que são $6 + 6 + 6 + 6 = 24$; e assim por diante.

Exercício de aplicação. Neste exercício os discípulos, depois de acharem o produto dos dois fatores, deverão escrever o multiplicando tantas vezes quantas forem as unidades do multiplicador e depois efetuar a soma.

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)	(6.)	(7.)	(8.)	(9.)	(10.)
7	4	6	3	5	8	7	9	4	9
5	8	7	9	7	4	6	3	8	7
35									

(11.)	(12.)	(13.)	(14.)	(15.)	(16.)	(17.)	(18.)	(19.)	(20.)
2	9	4	8	7	7	6	5	9	9
9	5	5	8	5	7	9	6	5	9

3.ª Lição de multiplicar

42. Segundo caso. Quando o multiplicando contém mais de um algarismo, multiplica-se sucessivamente cada algarismo do multiplicando pelo multiplicador, começando pelas unidades, e se o produto não exceder a 9, escreve-se debaixo, se exceder a nove, escreve-se só o número das unidades, e levam-se as dezenas para a ordem seguinte; e o mesmo se faz nas outras ordens.

Problema. Multiplicar 43 por 5.

Solução. 5 vezes 3 são 15, isto é, 15 unidades que conteem 1 dezena, e 5 unidades. Escreve-se 5 debaixo das unidades, e a dezena leva-se para a ordem seguinte. Depois continuaremos: 5 vezes 4 são 20, e 1 que veio das unidades são 21, que escreveremos debaixo das dezenas. O produto é 215.

```
  4 3
    5
-----
2 1 5
```

Exercicio de aplicação. Efetuar as seguintes multiplicações:

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)	(6.)	(7.)	(8.)
25	25	25	25	25	25	25	25
2	3	4	5	6	7	8	9
50							

(9.)	(10.)	(11.)	(12.)	(13.)	(14.)	(15.)	(16.)
121	132	143	154	165	176	187	198
2	3	4	5	6	7	8	9

(17.)	(18.)	(19.)	(20.)	(21.)	(22.)	(23.)
580	975	2250	6205	9120	9760	11500
4	5	6	7	8	9	9
2320						

4.ª Lição de multiplicar

43. Terceiro caso. Quando ambos os fatores constarem de mais de um algarismo, haverá tantas multiplicações quantos forem os algarismos do multiplicador; o resultado de cada multiplicação se chamará **produto parcial**, e a soma de todos os produtos parciais se chamará **produto total.**

Problema. Multiplicar 43 por 25.

Solução. O multiplicador 25 é composto de 20 e mais 5. Multiplicando 43 por 5, teremos 215, que é o produto parcial das unidades. Multiplicando 43 por 20, teremos 860, que é o produto parcial das dezenas. Para simplificação, suprime-se a cifra e multiplica-se 43 por 2, escrevendo-se o primeiro algarismo dêste produto debaixo do segundo algarismo do produto das unidades. Somados os dois produtos parciais, temos 1075, que é o produto total da operação.

```
    4 3
    2 5
  -----
  2 1 5
  8 6
-------
1 0 7 5
```

Exercicio de aplicação. Efetuar as seguintes multiplicações:

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)	(6.)	(7.)	(8.)
23	32	45	54	67	76	118	123
11	11	12	12	13	13	14	14

9. $89 \times 15 = 1335$
10. $208 \times 16 =$?
11. $215 \times 17 =$
12. $235 \times 18 =$
13. $346 \times 19 =$
14. $358 \times 21 =$
15. $405 \times 22 =$
16. $421 \times 23 =$
17. $512 \times 24 =$?
18. $523 \times 25 =$
19. $636 \times 26 =$
20. $684 \times 27 =$
21. $721 \times 28 =$
22. $756 \times 29 =$
23. $802 \times 31 =$
24. $869 \times 32 =$
25. $915 \times 33 =$?
26. $993 \times 34 =$
27. $1236 \times 43 =$
28. $2345 \times 56 =$
29. $3622 \times 67 =$
30. $4139 \times 75 =$
31. $5027 \times 84 =$
32. $6231 \times 92 =$

5.ª Lição de multiplicar

44. Para multiplicar um número por 10, 100 ou 1000, bastará acrescentar ao multiplicando tantas cifras, quantas tiver o multiplicador.

Assim, $5 \times 10 = 50$; $5 \times 100 = 500$; $5 \times 1000 = 5000$.

1. $9 \times 10 = 90$
2. $84 \times 100 =$?
3. $96 \times 10 =$
4. $193 \times 100 =$?
5. $356 \times 10 =$
6. $410 \times 100 =$
7. $555 \times 10 =$?
8. $600 \times 100 =$
9. $827 \times 1000 =$

6.ª Lição de multiplicar

45. Quando um ou ambos os fatores terminam em cifras, multiplicam-se só os algarismos significativos, e acrescentam-se ao produto total as cifras que os dois fatores conteem.

No primeiro exemplo, multiplica-se 426 por 12, e acrescentam-se duas cifras ao produto; e no segundo exemplo, multiplica-se 25 por 23 e acrescentam-se quatro cifras ao produto.

```
    4 2 6            2 5 0 0
    1 2 0 0          2 3 0 0
  ---------        ---------
    8 5 2              7 5
  4 2 6              5 0
  -----------      -------------
  5 1 1 2 0 0      5 7 5 0 0 0 0
```

1. $23 \times 20 = 460$
2. $250 \times 30 =$?
3. $326 \times 40 =$
4. $440 \times 50 =$
5. $560 \times 60 =$?
6. $600 \times 70 =$
7. $885 \times 80 =$
8. $910 \times 90 =$
9. $940 \times 150 =$?
10. $1250 \times 200 =$
11. $3150 \times 400 =$
12. $8300 \times 550 =$

7.ª Lição de multiplicar

46. Quando alguma ordem intermédia do multiplicador for ocupada por uma cifra, despreza-se essa cifra, e passa-se a fazer a multiplicação com a ordem seguinte, escrevendo-se o primeiro algarismo do produto debaixo do algarismo com que se operar

No exemplo que está ao lado, depois de se multiplicar o multiplicando por 3, desprezam-se as duas cifras, e passa-se a multiplicá-lo por 1, escrevendo o primeiro algarismo dêsse produto parcial debaixo do multiplicador 1.

```
          2 4 2 5
          1 0 0 3
        ---------
          7 2 7 5
    2 4 2 5
    -------------
    2 4 3 2 2 7 5
```

1. $235 \times 204 = ?$
2. $456 \times 305 =$
3. $1236 \times 4003 =$
4. $4637 \times 2025 = ?$
5. $5641 \times 3008 =$
6. $6050 \times 3070 =$
7. $7234 \times 4015 = ?$
8. $8323 \times 5006 =$
9. $9000 \times 6002 =$

Diversas aplicações da multiplicação

8.ª Lição de multiplicar

1. Medindo um rolo de arame 1.200 metros, quanto devem medir 5 dúzias?

Solução. Medindo 1 rolo 1.200 metros, 2 rolos devem medir 2 vezes 1.200, 3 rolos devem medir 3 vezes 1.200, etc.; enfim, 5 rolos devem medir 5 vezes 1.200 metros ou $1.200 \times 5 = 6.000$ metros.

2. Pesando um piano 1.000 quilogramas; quanto devem pesar 12 pianos ?

3. Em quanto importam 15 bicicletas a 800 cruzeiros cada bicicleta ?

4. Em quanto importam 36 aparelhos de rádio a 600 cruzeiros cada aparelho?

5. Pesando um automovel 3.800 quilogramas, quanto devem pesar 25 automóveis?

6. Fazendo um avião 6.000 quilômetros de vôo por dia, quantos quilômetros fará no fim de 15 dias'?

7. Tendo uma pipa de vinho 480 litros, 19 pipas quantos litros terão ?

8. Calcule o peso da carga transportada por um vagão sabendo que ele leva: 12 máquinas de 400 quilogramas cada uma; 15 caixotes de peras pesando 24 quilogramas cada um; 90 sacas de feijão a 60 quilogramas cada saca; 200 barras de ferro de 8 quilogramas.

9. Cada garrafa de cerveja pesando 780 gramas, qual será o peso de 5 dúzias ?

9.ª Lição de multiplicar

47. Quadrado de um número é o produto dêsse número por si. Assim, o quadrado de 6 é $6 \times 6 = 36$, o quadrado de 7 é $7 \times 7 = 49$, o quadrado de 10 é $10 \times 10 = 100$, etc.

9. Qual é o quadrado de 11?
10. Qual é o quadrado de 12?
11. Qual é o quadrado de 18?
12. Qual é o quadrado de 20?
13. Qual é o quadrado de 31?
14. Qual é o quadrado de 45?
15. Qual é o quadrado de 61?
16. Qual é o quadrado de 99?

10.ª Lição de multiplicar

48. Superfície é a face dos corpos, considerada sómente no seu comprimento e largura. Se uma superfície tem um metro de comprimento e um metro de largura, diz-se que tem um metro quadrado; se tem um decímetro de comprimento e um de largura, tem um decímetro quadrado.

17. Como poderemos saber quantas estrelinhas tem a figura ao lado, sem contarmos uma a uma?

Largura

Comprimento

Solução. Como a figura tem 5 carreiras, e cada carreira tem 4 estrelinhas, segue-se que tem 5 vezes 4, que são 20 estrelinhas.

18. Se a figura tivesse 6 estrelinhas na largura e 8 no comprimento, quantas estrelinhas teria? Resp. $6 \times 8 = 48$.

19. Se tivesse 9 no comprimento e 8 na largura? Resp. ?

20. Se tivesse 18 no comprimento e 12 na largura? Resp. ?

21. Como poderemos saber quantos quadrinhos tem a figura que está ao lado, sem contarmos um a um?

Solução. A figura tendo 3 na largura e 4 no comprimento, tem $3 \times 4 = 12$ quadrinhos. Para se achar a área de uma superfície, multiplica-se, pois, o comprimento pela largura.

22. Se cada quadrinho fosse um decimetro quadrado, quantos decímetros quadrados teria a figura? Resp. 12 decímetros q.

23. Se a figura tivesse 8 metros de comprimento e 5 de largura, quantos metros quadrados teria? Resp. ?

24. Quantos metros quadrados tem um jardim com 25 metros de comprimento e 20 de largura? Resp. ?

25. Quantos metros quadrados tem uma sala com 12 metros de comprimento e 9 de largura? Resp. ?

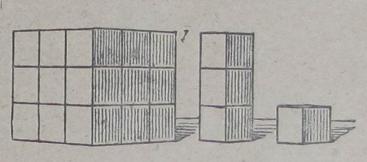
26. Quantos metros quadrados tem um quintal com 18 metros de comprimento e 11 de largura? Resp. ?

11.ª Lição de multiplicar

49. Corpo ou sólido é o volume que tem as três dimensões: comprimento, largura e altura, como caixões, fardos, malas, paredes, etc. Se um corpo tem seis faces iguais, chama-se cubo; no cubo as três dimensões — comprimento, largura e altura — são iguais entre si. Quando todas as dimensões são iguais a 1 metro, diz-se que é um metro cúbico.

Na figura abaixo, vemos um cubo grande, um cubo pequeno e uma coluna formada de três cubos pequenos.

27. Como poderemos saber quantos cubos pequenos contém o grande, sem os contarmos um a um?

Solução. A camada de baixo tem 3 no comprimento e 3 na largura, e por isso tem 3 × 3 = 9 cubos pequenos. Se fossem 2 camadas, teria 9 × 2 = = 18, mas como são 3, tem 9 × 3 = 27 cubos pequenos. Multiplica-se o número do comprimento pelo da largura, e o produto multiplica-se pelo número da altura.

28. Se cada cubo pequeno fosse um metro cúbico, quantos metros cúbicos teria o cubo grande? Resp. 27 m. c.

30. Quantos metros cúbicos tem uma muralha com 25 metros de comprimento, 2 de largura e 9 de altura? Resp. ?

31. Quantos metros cúbicos de água póde conter um tanque com 6 metros de comprimento, 3 de largura e 2 de fundo? Resp. ?

32. Para fazer um poço que tenha 25 metros de fundo, 3 de largura e 4 de comprimento, quantos metros cúbicos de terra é necessário tirar Resp. 300 m. c.

50. Cubo de um número é o produto de 3 fatores iguais a êsse número. Assim, o cubo de 2 é 2 × 2 × 2 = 8; o cubo de 4 é 4 × 4 × 4 = 64, etc.

33. Qual é o cubo de 7? Resp. 7 × 7 × 7 = 343.
34. Somar o cubo de 20 e o de 25. Resp. 23625.
35. Do cubo de 36 subtrair o cubo de 30 Resp. ?
36. Multiplicar o cubo de 3 pelo cubo de 5. Resp. ?
37. Adicionar o cubo de 9, o de 10 e o de 11. Resp. ?
38. Qual é o cubo de 111? Resp. 1367631

DIVIDIR

Nota. Para se efetuar uma divisão, é necessário saber muito bem a seguinte tabuada de dividir:

2 ÷ 2 = 1	3 ÷ 3 = 1	4 ÷ 4 = 1	5 ÷ 5 = 1
4 ÷ 2 = 2	6 ÷ 3 = 2	8 ÷ 4 = 2	10 ÷ 5 = 2
6 ÷ 2 = 3	9 ÷ 3 = 3	12 ÷ 4 = 3	15 ÷ 5 = 3
8 ÷ 2 = 4	12 ÷ 3 = 4	16 ÷ 4 = 4	20 ÷ 5 = 4
10 ÷ 2 = 5	15 ÷ 3 = 5	20 ÷ 4 = 5	25 ÷ 5 = 5
12 ÷ 2 = 6	18 ÷ 3 = 6	24 ÷ 4 = 6	30 ÷ 5 = 6
14 ÷ 2 = 7	21 ÷ 3 = 7	28 ÷ 4 = 7	35 ÷ 5 = 7
16 ÷ 2 = 8	24 ÷ 3 = 8	32 ÷ 4 = 8	40 ÷ 5 = 8
18 ÷ 2 = 9	27 ÷ 3 = 9	36 ÷ 4 = 9	45 ÷ 5 = 9
20 ÷ 2 = 10	30 ÷ 3 = 10	40 ÷ 4 = 10	50 ÷ 5 = 10
6 ÷ 6 = 1	7 ÷ 7 = 1	8 ÷ 8 = 1	9 ÷ 9 = 1
12 ÷ 6 = 2	14 ÷ 7 = 2	16 ÷ 8 = 2	18 ÷ 9 = 2
18 ÷ 6 = 3	21 ÷ 7 = 3	24 ÷ 8 = 3	27 ÷ 9 = 3
24 ÷ 6 = 4	28 ÷ 7 = 4	32 ÷ 8 = 4	36 ÷ 9 = 4
30 ÷ 6 = 5	35 ÷ 7 = 5	40 ÷ 8 = 5	45 ÷ 9 = 5
36 ÷ 6 = 6	42 ÷ 7 = 6	48 ÷ 8 = 6	54 ÷ 9 = 6
42 ÷ 6 = 7	49 ÷ 7 = 7	56 ÷ 8 = 7	63 ÷ 9 = 7
48 ÷ 6 = 8	56 ÷ 7 = 8	64 ÷ 8 = 8	72 ÷ 9 = 8
54 ÷ 6 = 9	63 ÷ 7 = 9	72 ÷ 8 = 9	81 ÷ 9 = 9
60 ÷ 6 = 10	70 ÷ 7 = 10	80 ÷ 8 = 10	90 ÷ 9 = 10

1.ª Lição de dividir

51. Dividir é achar quantas vezes um número contém outro.

O número que se divide, chama-se **dividendo.**

O número pelo qual se divide o dividendo, chama-se divisor. O dividendo e o divisor são os termos da divisão.

O resultado da operação chama-se **quociente.**

A quantidade que, em algumas operações, fica por dividir, chama-se **resto.**

52. O sinal ÷, escrito entre dois números, mostra que o primeiro deve ser dividido pelo segundo; assim, $6 \div 2 = 3$, lê-se: *6 dividido por 2 igual a 3.*

Problema. Dividir 6 estrelinhas em duas partes iguais.

* * *, * * *

Solução. Para dividirmos 6 estrelinhas em duas partes iguais, temos de dividir 6 por 2. Ora, 6 dividido por 2 dá 3, e por isso cada parte terá 3 estrelinhas.

$$\begin{array}{r|l} 6 & 2 \\ \hline 0 & 3 \end{array}$$

Exercício oral de aplicação:

1. Dividindo 10 meninos em dois grupos iguais, quantos meninos terá cada grupo?
2. 12 pêras divididas por 4 meninos, quantas pêras receberá cada um?
3. 15 maçãs divididas por 3 meninas quantas maçãs receberá cada uma?
4. Dividindo 4 moedas por 4 pobres, quantas moedas receberá cada um ?
5. Dividindo 10 penas por 5 meninos, quantas penas receberá cada um ?
6. Na divisão $15 \div 3 = 5$, qual é o dividendo ? qual é o divisor? e qual é o quociente?
7. Qual é o quociente de 14 dividido por 7 ?
8. Com 5 cruzeiros, quantos doces poderei comprar de 1 cruzeiro cada um ?
9. Com 12 cruzeiros, quantos metros de renda posso comprar de 2 cruzeiros cada metro ?

53. Na divisão ha três casos a considerar:

1º O divisor tem um algarismo e o dividendo tem um ou dois algarismos;

2º O divisor tem um algarismo e o dividendo tem mais de dois algarismos;

3º Quando o divisor tem dois ou mais algarismos.

54. Primeiro caso. Quando o dividendo não tem mais de dois algarismos e o divisor só tem um, acha-se fàcilmente o quociente, por meio da tabuada de dividir.

Exercício oral de aplicação:

4 ÷ 2 = 2	16 ÷ 4 = ?	36 ÷ 6 = ?	32 ÷ 8 = ?
6 ÷ 2 = ?	20 ÷ 4 =	42 ÷ 6 =	40 ÷ 8 =
8 ÷ 2 =	24 ÷ 4 =	48 ÷ 6 =	48 ÷ 8 =
10 ÷ 2 =	28 ÷ 4 =	54 ÷ 6 =	56 ÷ 6 =
12 ÷ 3 =	25 ÷ 5 =	35 ÷ 7 =	54 ÷ 9 =
15 ÷ 3 =	30 ÷ 5 =	42 ÷ 7 =	63 ÷ 9 =
18 ÷ 3 =	35 ÷ 5 =	49 ÷ 7 =	72 ÷ 9 =
21 ÷ 3 =	40 ÷ 5 =	56 ÷ 7 =	81 ÷ 9 =

3.ª Lição de dividir

55. Para se achar quantas vezes um número menor está contido em outro maior, busca-se mentalmente o número que, multiplicado pelo menor, produz o maior.

Problema. Em 12 quantas vezes ha 4?

Solução. Em 12 ha 3 vezes 4, porque 3 vezes 4 são 12. Se escrevermos 12 cifras em linha, e debaixo escrevermos 4 cifras, havemos de notar que a linha de cima terá 3 vezes a linha de baixo.

0000,0000,0000,
0000

Exercício oral de aplicação:

Em 16 quantas vezes ha 4 ?	Em 42 quantas vezes ha 6 ?
Em 18 quantas vezes ha 6 ?	Em 45 quantas vezes ha 9 ?
Em 20 quantas vezes ha 5 ?	Em 49 quantas vezes ha 7 ?
Em 24 quantas vezes ha 6 ?	Em 56 quantas vezes ha 8 ?
Em 35 quantas vezes ha 7 ?	Em 60 quantas vezes ha 6 ?
Em 40 quantas vezes ha 8 ?	Em 72 quantas vezes ha 8 ?
Em 15 quantas vezes ha 3 ?	Em 81 quantas vezes ha 9 ?

4.ª Lição de dividir

56. Segundo caso. Quando o dividendo contém mais de dois algarismos e o divisor só um, escreve-se o divisor á direita do dividendo, separado por um traço vertical e sublinha-se; depois divide-se cada ordem do dividendo pelo divisor, começando pelas unidades superiores.

Problema. Dividir 892 por 4.

Solução. Temos de dividir cada uma das três ordens do dividendo pelo divisor 4. Começando pela primeira ordem da direita, temos 8 que, dividido por 4, dá 2. Escreveremos 2 debaixo do divisor, e diremos: 2 vezes 4 são 8; resta nada. Passando á ordem seguinte, temos 9 que, dividido por 4, dá 2. Escreveremos 2 debaixo do divisor, e diremos: 2 vezes 4 são 8, de 9 resta 1. Este resto é uma dezena que tem 10 unidades, as quais adicionadas com as unidades da ordem seguinte fazem 12. Agora, o número 12 dividido por 4 dá 3; escreveremos 3 debaixo do divisor e diremos: 3 vezes 4 são 12, de 12 resta nada. O quociente da divisão é 223.

Centenas	Dezenas	Unidades	
8	9	2	4
0	1	2	2 2 3
		0	

Exercício de aplicação. Efetuar as seguintes divisões:

1. 124 ÷ 2 = 62
2. 156 ÷ 2 = ?
3. 237 ÷ 3 =
4. 264 ÷ 3 =
5. 316 ÷ 4 =
6. 324 ÷ 4 =
7. 415 ÷ 5 = ?
8. 440 ÷ 5 =
9. 552 ÷ 6 =
10. 534 ÷ 6 =
11. 602 ÷ 7 =
12. 623 ÷ 7 =
13. 712 ÷ 8 = ?
14. 720 ÷ 8 =
15. 801 ÷ 9 =
16. 819 ÷ 9 =
17. 1386 ÷ 2 =
18. 2154 ÷ 3 =
19. 3828 ÷ 4 = ?
20. 4395 ÷ 5 =
21. 5328 ÷ 6 =
22. 6139 ÷ 7 =
23. 7320 ÷ 8 =
24. 8712 ÷ 9 =

5.ª Lição de dividir

57. Quando qualquer ordem do dividendo for inferior ao divisor, escreve-se uma cifra no quociente e junta-se essa ordem com a seguinte para se operar a divisão.

Problema. Dividir 2436 por 6.

Solução. Como não podemos dividir 2 por 6, tomaremos também a ordem seguinte e teremos 24. No princípio da operação não é necessário escrever a cifra no quociente. Então, 24 dividido por 6 dá 4, e não fica resto. Temos agora de dividir a ordem seguinte que é 3; ora, como não podemos dividir 3 por 6, tomaremos também a ordem seguinte, que é 6, e teremos 36. Escreveremos uma cifra no quociente e depois dividiremos 36 por 6, que dará 6. O quociente da divisão é 406.

```
2 4 3 6 | 6
         -----
  0   0  4 0 6
```

Exercício de aplicação:

1. 1218 ÷ 3 = 406
2. 1632 ÷ 4 = ?
3. 2540 ÷ 5 =
4. 4254 ÷ 6 = ?
5. 5663 ÷ 7 =
6. 6349 ÷ 7 =
7. 5608 ÷ 8 = ?
8. 4016 ÷ 8 =
9. 7227 ÷ 9 =

6.ª Lição de dividir

58. Quando o divisor dividir exatamente o dividendo, o quociente ficará completo; mas, quando não o dividir exatamente, haverá um resto na divisão, e o quociente ficará incompleto.

Nota. Quando chegarmos ás frações, aí aprenderemos a dividir também o resto e a completar o quociente. Por enquanto desprezaremos o resto

Problema. Dividindo 7 maçãs por 2 meninos, quantas maçãs receberá cada um?

Solução. Dividindo 7 por 2, o quociente é 3, e fica 1 de resto. Cada menino receberá 3 maçãs e ficará 1 maçã de resto por dividir. Na figura, vemos que, de 7 maçãs tirando 2 vezes 3 maçãs, que são 6, resta 1 maçã.

```
7 | 2
  |---
1   3
```

Exercício de aplicação. Efetuar as seguintes divisões:

1. 15 ÷ 2 = ?	5. 52 ÷ 6 = ?	9. 93 ÷ 2 = ?	13. 331 ÷ 6 = ?
2. 23 ÷ 3 =	6. 65 ÷ 7 =	10. 101 ÷ 3 =	14. 583 ÷ 7 =
3. 38 ÷ 4 =	7. 77 ÷ 8 =	11. 131 ÷ 4 =	15. 925 ÷ 8 =
4. 46 ÷ 5 =	8. 85 ÷ 9 =	12. 238 ÷ 5 =	16. 1321 ÷ 9 =

7.ª Lição de dividir

59. Terceiro caso. Quando o divisor tem dois ou mais algarismos, separam-se no dividendo tantos algarismos, quantos forem os do divisor, e mais um ainda, se o número formado pelos algarismos separados for inferior ao divisor, e depois opera-se do modo seguinte.

Problema. Dividir 2786 por 13.

Solução. Como o divisor tem dois algarismos, separam-se também dois algarismos no dividendo total, e ficam 27 como primeiro dividendo parcial. Em 27, ha duas vezes 13; ora, 2 vezes 13 são 26 que subtraidos de 27, resta 1. Desce-se a ordem seguinte para o resto, e ficam 18, como o segundo dividendo parcial. Em 18 ha 1 vez 13, e ficam 5 de resto. Desce-se a ordem seguinte, que é a última, e ficam 56, como o terceiro dividendo parcial. Em 56 ha 4 vezes 13, e ficam 4 de resto. O quociente é 214.

```
2786 | 13
26   |----
---    214
 18
 13
---
  56
  52
  --
   4
```

Exercício de aplicação:

1. 132 ÷ 12 = 11	7. 522 ÷ 18 = ?	13. 4224 ÷ 24 = ?
2. 182 ÷ 13 = ?	8. 608 ÷ 19 =	14. 4650 ÷ 35 =
3. 224 ÷ 14 =	9. 2320 ÷ 20 =	15. 5278 ÷ 36 =
4. 285 ÷ 15 =	10. 2415 ÷ 21 =	16. 5454 ÷ 47 =
5. 320 ÷ 16 =	11. 3212 ÷ 22 =	17. 6328 ÷ 48 =
6. 425 ÷ 17 =	12. 3634 ÷ 23 =	18. 7424 ÷ 59 =

8.ª Lição de dividir

60. Para se dividir um número por 10, 100 ou 1000, bastará separar na direita do dividendo tantos algarismos, quantas cifras tiver o divisor. A parte que fica á esquerda, será o quociente, e a que fica á direita, será o resto.

Problema. Dividir 835 por 100.

Solução. Como o divisor tem duas cifras, separam-se com a virgula dois algarismos na direita do dividendo; o quociente será 8, e o resto 35.

835 ÷ 100 = 8,35

Exercício de aplicação.

1. 372 ÷ 10 = 37,2	4. 3456 ÷ 100 = ?	7. 6156 ÷ 1000 = ?
2. 599 ÷ 100 = ?	5. 4500 ÷ 100 =	8. 8320 ÷ 10 =
3. 943 ÷ 10 = ?	6. 5940 ÷ 10 =	9. 9000 ÷ 1000 =

9.ª Lição de dividir

61. Quando o dividendo e o divisor terminam em cifras, abrevia-se a operação cortando igual número de cifras em ambos os termos.

Problema. Dividir 252000 por 800.

Solução. Cortando-se duas cifras no dividendo, êle ficará reduzido a 2520, cortando-se duas cifras no divisor, êste ficará reduzido a 8. Dividindo-se agora 2520 por 8, o quociente será igual áquele que obteriamos, se dividissemos 252000 por 800. O quociente é 315.

```
252000 | 800
 12      315
  40
   0
```

1. 4400 ÷ 40 = 110	4. 5500 ÷ 500 = ?	7. 8400 ÷ 600 = ?
2. 4800 ÷ 200 = ?	5. 7200 ÷ 300 =	8. 9900 ÷ 330 =
3. 4680 ÷ 80 =	6. 7590 ÷ 30 =	9. 18900 ÷ 700 =

10.ª Lição de dividir

62. Para se verificar se uma divisão está certa, multiplica-se o quociente pelo divisor, e o produto adiciona-se com o resto, se o houver; se o resultado for igual ao dividendo, a operação estará exata.

Problema. Dividir 95 por 5, e depois tirar a prova da operação.

Solução. Dividindo 95 por 5, o quociente é 19; multiplicando agora 19 por 5, o produto é 95, o que mostra que a divisão está exata. Quando ha resto, adiciona-se com o produto para se obter o dividendo exato.

Por êste exemplo vemos que a prova da divisão é a multiplicação, e a prova da multiplicação é a divisão.

```
9 5 |  5
4 5   1 9
  0     5
      ---
      9 5
```

Exercício de aplicação. Efetuar as seguintes divisões:

1. 188 ÷ 13 = ?	6. 2328 ÷ 20 = ?	11. 6329 ÷ 48 = ?
2. 286 ÷ 15 =	7. 2631 ÷ 23 =	12. 8626 ÷ 69 =
3. 336 ÷ 16 =	8. 3743 ÷ 25 =	13. 12345 ÷ 87 =
4. 420 ÷ 18 =	9. 4325 ÷ 28 =	14. 53562 ÷ 122 =
5. 521 ÷ 19 =	10. 5286 ÷ 37 =	15. 37564 ÷ 213 =

11.ª Lição de dividir

1. Dividindo-se igualmente 12 nozes por 2 meninos, que porção receberá cada um?
2. Dividindo-se por 3 meninos, que porção receberá cada um ?
3. Dividindo-se por 4 meninos, que porção receberá cada um ?
4. Custando 15 lenços 60 cruzeiros, qual é o preço de cada um?
5. Comprei 100 canetas por 1.000 cruzeiros; qual o preço de cada uma ?
6. Custando uma partida de aparelhos de rádio 240.000 cruzeiros e tendo a partida 480 aparelhos, quanto custa cada aparelho?
7. Quantos livros poderei comprar com 20.000 cruzeiros, custando 80 cruzeiros cada livro ?
8 Se 18 metros de um terreno custaram 7.560 cruzeiros, qual foi o preço de 1 metro?

12.ª Lição sôbre as quatro operações

1 Se 3 penas de aço pesam 6 gramas, quanto devem pesar 5 penas ?

Solução. Se 3 penas pesam 6 gramas, 1 pena deve pesar 6 ÷ 3 = 2, e 5 penas devem pesar 5 vezes 2 gramas, que são 10 gramas.

2. Se 7 relógios custam 3.500 cruzeiros, quanto devem custar 9 relógios ?
3. Contendo 15 latas 300 litros de gasolina, quantos litros conterão 18 latas ?
4. Quanto tempo levará uma pessoa para gastar 2.400 folhas de papel, sabendo que ela gasta 240 folhas em 3 meses?
5. Se 12 cavalos gastam 168 quilos de milho por semana, quantos quilos gastarão 5 cavalos ?
6. Se 5 homens podem plantar um campo em 4 dias, 1 só homem em quantos dias o plantará ?

Solução. Se 5 homens gastam 4 dias, 1 só homem deve gastar 5 vezes mais tempo, que são 20 dias.

7. Se 7 homens fazem uma obra em 3 dias, 1 homem em quantos dias a fará ?
8. Sabendo-se que 3 homens fazem certo trabalho em 6 dias, em quanto tempo o faria um só homem ?
9. Se 8 homens fazem uma obra em 5 dias, 4 homens em quantos dias farão ?

Solução. 8 homens fazendo a obra em 5 dias, 1 homem a fará em $5 \times 8 = 40$ dias; então, 4 homens devem fazê-la na quarta parte do tempo, que é $40 \div 4 = 10$ dias.

10. Se 12 homens podem fazer uma roça em 7 dias, 14 homens em quantos dias a farão?

11. Da soma de 254 e 321 tirar 125; o resto multiplicado por 12, e depois o produto dividido por 54, qual é o quociente?
Resp. 100.

12. José tem 5 livros e Raul tem o dôbro; quantos livros tem Raul?

13. Júlia tem 12 nozes, e Guiomar tem o triplo, quantas nozes tem Guiomar?

14. Qual é o duplo de 5? de 6? de 7? de 8? de 9? de 10?

15. Qual é o triplo de 7? de 8? de 9? de 10?

16. Qual é o quádruplo de 3? de 4? de 5? de 6?

PROPRIEDADES DOS NUMEROS

63. Os números, quanto á sua composição, dividem-se em **primos** e **múltiplos**.

Números **primos** são os que não podem ser divididos exatamente senão por si ou por 1; assim, 13 é número primo, porque não póde ser dividido senão por 1 ou por 13.

Todos os números primos, desde 1 até 59, são 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53 e 59.

Números **múltiplos** são aqueles que podem ser divididos exatamente por outros números diferentes de si e da unidade. Assim, 6 é número múltiplo, porque é o produto de 2 vezes 3 ou de 3 vezes 2, e por isso, além de ser divisível por si e por 1, como os números primos, é também divisível por 2 e por 3.

64. Dois ou mais números são primos entre si, quando não ha nenhum número que os divida exatamente além de 1; assim, 8 e 9 são números primos entre si, porque além de 1, não ha divisor que divida exatamente estes dois números. Mas, nem 8 nem 9, separadamente, são primos, porque 8 é divisível por 2 e por 4, e 9 é divisível por 3.

São também primos entre si 10 e 21; 15 e 16, etc.

65. Para sabermos se um número é ou não divisível por 2, 3, 4, 5, 6, 9, ou 10, não é necessário efetuar a divisão, bastará conhecermos os seguintes caractéres da divisibilidade dos números:

Por 2.

1º Todo número par é divisível por 2.

Ilustração. Os números pares terminam em 2, 4, 6, 8 ou 0. Ora, todos os números terminados nestes algarismos são ou 2 ou múltiplos de 2, e por isso são divisíveis por 2. Os números ímpares, divididos por 2, deixam sempre resto.

Por 3.

2º Todo número cuja soma dos seus algarismos for divisível por 3, será também divisível por 3.

Ilustração. A soma dos algarismos do número 147 é 1 + 4 + 7 = 12. Ora, como 12 é divisível por 3, o número 147 também o é.

Por 4.

3º Todo número cujos dois últimos algarismos da direita formarem um múltiplo de 4, será também divisível por 4.

Ilustração. O número 328 compõe-se de 300 + 28. Ora, 4 divide 100 sem deixar resto, e se divide 100, divide também 200, 300, etc., que são múltiplos de 100. Portanto 4, dividindo o número formado pelos dois últimos algarismos, que é 28, divide o número inteiro.

Por 5.

4º Todo número que terminar em 5 ou 0, é divisível por 5.

Ilustração. Os números que terminam em 5 ou 0 são todos múltiplos de 5, como 10, 15, 20, 25, 30, etc., que são divisíveis por 5.

Por 6.

5º Todo número par que for divisível por 3, será também divisível por 6.

Ilustração. Os primeiros números pares, que são divisíveis por 3, são 6, 12, 18, 24, 30, etc.; ora, todos estes números são múltiplos de 6, e por isso são divisíveis por 6.

Por 9.

6º Todo número cuja soma dos seus algarismos for divisível por 9, será também divisível por 9.

Ilustração. O número 4356 é divisível por 9, porque a soma dos seus algarismos que é 4 + 3 + 5 + 6 = 18, é também divisível por 9.

Por 10

7º Todo número terminado em cifra é divisível por 10.

Ilustração. Os números terminados em cifra são sòmente 10 ou os múltiplos de 10; assim, 30, 90, 180 são divisíveis por 10.

Problema. Como poderemos saber se 97 é número primo?

Solução. Pelos caractéres da divisibilidade já sabemos que 97 não é divisível por 2, nem por 3, nem por 5. Dividindo-o por 7, deixa resto; dividindo-o por 11, deixa resto, e o quociente é menor do que o divisor, o que indica que 97 não tem nenhum outro divisor, e por isso é número primo.

$$\begin{array}{r|l} 97 & 11 \\ \hline 88 & 8 \\ \hline 9 & \end{array}$$

Para sabermos, pois, se um número é primo ou não, divide-se-o por todos os números primos, começando pelo menor, até que o quociente fique igual ou menor do que o divisor, e, se em todas as divisões houver resto, o número será primo.

Exercício de aplicação. O aluno dirá quais são os números primos na seguinte série:

52	60	79	89	102	112	138	152	318
53	65	81	95	103	113	139	169	354
58	67	83	96	105	120	150	264	405
59	74	86	97	107	127	151	315	540

Máximo divisor comum

66. Um número é **divisor** de outro quando divide êste outro sem deixar resto; assim, 3 é divisor de 12, porque o divide exatamente.

Divisor comum de dois ou mais números é um número que divide êsses dois ou mais sem deixar resto; assim, 4 é divisor comum de 16 e 24, porque divide êstes dois números sem deixar resto.

67. Máximo divisor comum de dois ou mais números é o maior número que divide êsses dois ou mais números sem deixar resto; assim, 2 e 4 são divisores comuns de 16 e 24, mas 8 é o máximo divisor comum dêstes números, porque não ha um número maior que os divida sem deixar resto.

Problema. Qual é o máximo divisor comum de 28 e 40?

Solução. Dividindo-se o número maior pelo menor, o quociente é 1, e o resto é 12. Dividindo-se depois o número menor, 28, pelo resto, 12, o quociente é 2, e o resto é 4. Dividindo-se ainda o resto 12 pelo resto 4, o quociente é 3, e não ha mais resto. O divisor que não deixa resto, é 4, e por isso é o maximo divisor comum de 40 e 28.

```
 40 | 28      28 | 12
 28   1       24   2
 --           --
 12           04

     12 | 4
      0   3
```

Exercício de aplicação. Achar o máximo divisor comum.

1. de 12 e 16. Resp. 4
2. de 15 e 20. » 5
3. de 42 e 54. » 6
4. de 70 e 110. » ?
5. de 105 e 165. » ?
6. de 140 e 210. Resp. ?
7. de 60 e 90. » ?
8. de 231 e 273. » ?
9. de 247 e 323. » ?
10. de 285 e 465. » ?

Mínimo múltiplo comum

68. Multiplo de um número é qualquer outro número que o contém um exato número de vezes; assim 12 é múltiplo de 4, porque contém exatamente 3 vezes o número 4.

Múltiplo comum de dois ou mais números é qualquer número que contém êsses números um exato número de vezes; assim, 18 é múltiplo de 2, 3, 6 e 9, porque contém exatamente 9 vezes o número 2; 6 vezes o número 3; 3 vezes o número 6; 2 vezes o número 9. Os números 2, 3, 6 e 9 teem outros múltiplos comuns que são 36, 54, 72, etc., mas o menor ou mínimo de todos é 18.

69. Mínimo múltiplo comum de dois ou mais números é o menor número que contém êsses números um exato número de vezes, e por isso póde dividir-se por todos êles sem deixar resto.

Problema. Qual é o mínimo múltiplo comum de 4, 6, 8 e 12?

Solução. Escrevem-se os números, 4, 6, 8 e 12 e sublinham-se. Acha-se depois o menor divisor que divida dois ou mais dêstes números sem deixar resto. Ora, o menor divisor é 2, que póde dividir dois e até todos. Escreve-se 2 á direita dos números, e dividem-se por êle todos os números, pondo de baixo de cada um o seu quociente. Então, diz-se 4, dividido por 2, dá 2; 6, dividido por 2, dá 3; 8, dividido por 2, dá 4, e 12, dividido por 2, dá 6. Os quocientes desta primeira divisão são 2, 3, 4 e 6. Passa-se um traço debaixo dêstes números, e acha-se outra vez o menor divisor que divida dois ou mais números sem deixar resto. Esse divisor é ainda 2, que póde dividir três dos números. Escreve-se 2 á direita dos números, e dividem-se por êle todos os que forem divisíveis, pondo debaixo de cada um o seu quociente. O número 3, como não é divisível por 2, passa inteiro para baixo, e temos então os números 1, 3, 2 e 3. Como dois dos números se podem ainda dividir por 3, escreve-se 3 á direita, como divisor, e por êle se dividem os números; e como 2 não é divisível por 3, passa para baixo, e temos os números 1, 1, 2 e 1. Como resta só 2, escreve-se 2 á direita como divisor, e divide-se por êle, para que todos os quocientes sejam 1. Multiplicando-se agora todos os divisores, temos o produto 24, que é o **m. m. c.** de 4, 6, 8 e 12.

4,	6,	8,	12	2
2,	3,	4,	6	2
1,	3,	2,	3	3
1,	1,	2,	1	2
1,	1,	1,	1	

$2 \times 2 \times 3 \times 2 = 24$

Nota. Quando todos os números dados são primos entre si, o mínimo múltiplo comum dêsses números é o seu produto continuado. Assim, o mínimo múltiplo comum de 4, 5 e 7 é $4 \times 5 \times 7 = 140$.

Este processo serve para reduzir facilmente frações ao mínimo denominador comum, e por isso deve ser muito exercitado.

Exercício de aplicação. Damos os três primeiros exercícios já resolvidos para facilitar a compreensão do ensino exposto.

(1.)

5,	12,	15,	18	2
5,	6,	15,	9	3
5,	2,	5,	3	5
1,	2,	1,	3	2
1,	1,	1,	3	3
1,	1,	1,	1	

$2 \times 3 \times 5 \times 2 \times 3 = 180$

(2.)

6,	12,	20	2
3,	6,	10	2
3,	3,	5	3
1,	1,	5	5
1,	1,	1	

$2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$

(3.)

10,	12,	15,	20,	30	2
5,	6,	15,	10,	15	2
5,	3,	15,	5,	15	3
5,	1,	5,	5,	5	5
1,	1,	1,	1,	1,	

$2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$

Achar o mínimo múltiplo comum de

4. 3, 6, e 9.	Resp. 18	10. 9, 3, 12 e 15. Resp. ?
5. 4, 12, e 18.	» 36	11. 12, 18, 30 e 15. » ?
6. 8, 24, 6 e 3.	» 24	12. 8, 10, 15 e 18. » ?
7. 15, 20, e 10.	» ?	13. 9, 12, 15 e 18. » ?
8. 21, 45, e 14.	» ?	14. 9, 20, 15 e 36. » ?
9. 8, 12, e 20.	» ?	15. 7, 9, 13 e 4. » 3276

FRAÇÕES

70. Fração ou quebrado é uma ou mais partes iguais de uma unidade.

Um inteiro

Dois meios

Três terços

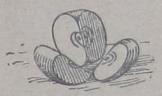



Ilustração. Uma unidade é uma cousa inteira, como, por exemplo, uma maçã. Dividindo esta maçã em duas partes iguais, cada parte é a metade ou **um meio** da maçã, e se escreve com algarismos $\frac{1}{2}$; isto é, 1 dividido por 2. Dividindo-a em quatro partes, cada parte é **um quarto**, e se escreve $\frac{1}{4}$; duas destas partes são $\frac{2}{4}$; três destas partes são $\frac{3}{4}$; e as quatro partes são $\frac{4}{4}$ ou a maçã inteira.

71. Ha duas espécies de frações que se denominam **Frações ordinárias** e **Frações decimais.**

Aqui, trataremos sómente das Frações ordinárias; no capitulo seguinte, exporemos as decimais.

72. A fração ordinária compõe-se de dois números separados por um traço horizontal. Estes dois números chamam-se termos da fração. O termo de cima chama-se **numerador** e o de baixo **denominador.**

O denominador mostra em quantas partes está dividida a unidade, e o numerador mostra o número dessas partes que tem a fração. Assim, $\frac{2}{3}$ quer dizer que a unidade foi dividida em 3 partes iguais, e se tomaram 2 dessas partes.

Numerador 2
Denominador 3

$$\frac{2}{3}$$

73. As frações ordinárias leem-se do seguinte modo:

$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{6}{9}$	$\frac{7}{10}$
1 meio,	2 terços,	1 quarto,	3 quintos,	4 sextos,	5 sétimos,	3 oitavos,	6 nonos,	7 décimos

74. Quando o denominador excede a 10, dá-se-lhe o nome cardinal com a palavra avos, como:

$\frac{5}{11}$	$\frac{9}{18}$	$\frac{16}{24}$	$\frac{6}{35}$	$\frac{45}{80}$	$\frac{75}{200}$
5 onze avos	9 dezoito avos	16 vinte e quatro avos	6 trinta e cinco avos	45 oitenta avos	75 duzentos avos

Exercício de aplicação. O aluno lerá as seguintes frações:

$\frac{8}{7}$ $\frac{5}{9}$ $\frac{6}{11}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{7}{10}$ $\frac{4}{11}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{7}{14}$ $\frac{12}{16}$ $\frac{1}{16}$

$\frac{6}{7}$ $\frac{15}{19}$ $\frac{1}{20}$ $\frac{16}{35}$ $\frac{7}{44}$ $\frac{25}{50}$ $\frac{18}{63}$ $\frac{48}{91}$ $\frac{18}{100}$ $\frac{86}{155}$ $\frac{125}{330}$

Frações próprias e impróprias

75. As frações podem ser **próprias** ou **impróprias.**

A fração própria tem o numerador menor do que o denominador, como $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{12}{15}$, etc. Dá-se-lhe o nome de própria, porque é realmente fração, visto o seu valor ser menor do que o da unidade.

A fração imprópria tem o numerador igual ao denominador ou maior do que êle, como $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{12}{12}$, etc. Dá-se-lhe o nome de imprópria, porque, embora tenha a fórma de uma fração, o seu valor é igual á unidade ou maior do que ela.

Exercício de aplicação. Distinguir as frações próprias das impróprias na seguintes frações:

1. $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{4}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{7}{6}$ $\frac{8}{7}$ $\frac{9}{8}$ $\frac{10}{10}$ $\frac{10}{12}$ $\frac{12}{12}$

2. $\frac{12}{13}$ $\frac{13}{13}$ $\frac{15}{14}$ $\frac{9}{18}$ $\frac{7}{19}$ $\frac{19}{19}$ $\frac{15}{20}$ $\frac{20}{18}$ $\frac{30}{29}$ $\frac{40}{30}$ $\frac{80}{90}$

Relação entre a unidade e a fração

76. Quando o numerador é a metade do denominador, a fração é igual a um meio ($\frac{1}{2}$).

Quando o numerador é igual ao denominador, a fração é igual á unidade ou a 1.

Ilustração. Se dividirmos uma maçã em quatro partes iguais, teremos quatro quartos da maçã; ora, se tomarmos duas partes, que são $\frac{2}{4}$, tomaremos a metade da maçã; logo, $\frac{2}{4}$ são iguais a $\frac{1}{2}$. Se tomarmos, porém, as quatro partes, que são $\frac{4}{4}$ tomaremos a maçã inteira; logo $\frac{4}{4}$ são iguais a 1.

Com êste esclarecimento podemos facilmente achar quanto falta a uma fração própria para completar o valor da unidade. Assim, a $\frac{2}{3}$ falta $\frac{1}{3}$ para completar a unidade, porque a unidade ou 1 é igual a $\frac{3}{3}$. A $\frac{2}{5}$ faltam $\frac{3}{5}$, porque $1 = \frac{5}{5}$.

Do mesmo modo, podemos achar quanto uma fração imprópria excede ao valor da unidade. Assim, $\frac{4}{3}$ excedem $\frac{1}{3}$ a unidade, porque $1 = \frac{3}{3}$. A fração $\frac{8}{5}$ excede $\frac{3}{5}$ a unidade, porque $1 = \frac{5}{5}$.

Exercício de aplicação. O aluno dirá quanto falta a cada uma das seguintes frações para completar a unidade.

$\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{8}{11}$, $\frac{3}{12}$, $\frac{12}{14}$, $\frac{15}{16}$, $\frac{18}{20}$, $\frac{30}{40}$,

O aluno dirá quanto cada uma das seguintes frações excede á unidade:

$\frac{4}{3}$, $\frac{6}{5}$, $\frac{6}{2}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{8}{6}$, $\frac{9}{5}$, $\frac{10}{8}$, $\frac{12}{9}$, $\frac{13}{10}$, $\frac{15}{12}$, $\frac{16}{14}$, $\frac{20}{15}$, $\frac{30}{20}$,

Dividendo menor que o divisor

77. Uma fração é também considerada como uma divisão, na qual o numerador é o dividendo, o denominador é o divisor e a fração é o quociente. Em $\frac{3}{4}$, por exemplo, 3 é o dividendo, 4 é o divisor, ^{3} é o quociente. De sorte que $3 \div 4 = \frac{3}{4}$.

Problema. Dividindo-se igualmente uma maçã por 3 meninos, que fração da maçã recebe cada um?

Solução. O dividendo é a maçã ou 1, e o divisor é 3. Ora, para dividirmos 1 maçã por 3 meninos, temos de partí-la em 3 partes iguais, que são 3 terços, para dar $\frac{1}{3}$ a cada menino; portanto $1 \div 3 = \frac{1}{3}$.

Exercício de aplicação. Este exercício deve ser oral.

Resp.	Resp.	Resp.	Resp.
1. $1 \div 4 = \frac{1}{4}$	5. $2 \div 9 = ?$	9. $5 \div 13 = ?$	13. $1 \div 23 = ?$
2. $2 \div 5 = \frac{2}{5}$	6. $3 \div 7 = ?$	10. $13 \div 25 = ?$	14. $2 \div 25 = ?$
3. $4 \div 9 = \frac{4}{9}$	7. $8 \div 9 = ?$	11. $21 \div 29 = ?$	15. $9 \div 28 = ?$
4. $5 \div 6 = \frac{5}{6}$	8. $9 \div 13 = ?$	12. $18 \div 29 = ?$	16. $10 \div 29 = ?$

Achar uma fração de um grupo de unidades

78. Já sabemos avaliar uma fração da unidade; agora passemos a avaliar uma fração de um grupo de unidades.

Se dividirmos um número por 2, o quociente será a metade ou $\frac{1}{2}$ dêsse número; se o dividirmos por 3, o quociente será $\frac{1}{3}$; se o dividirmos por 4, o quociente será $\frac{1}{4}$; se o dividirmos por 5, o quociente será $\frac{1}{5}$, e assim por diante.

1.ª Lição

Problema. Na figura acima vemos 12 coelhos; quanto é $\frac{2}{3}$ de 12 coelhos?

Solução. Dividindo 12 por 3, temos 4, que é $\frac{1}{3}$ de 12, e $\frac{2}{3}$ são 2 vezes 4, que são 8.

$12 \div 3 = 4$
$4 \times 2 = 8$

1. Quanto é a metade de 12 coelhos?
2. Quanto é $\frac{1}{4}$ de 12? dois quartos? três quartos?
3. Quanto é $\frac{1}{6}$ de 12? dois sextos? cinco sextos?
4. Qual é a diferença entre $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{4}$ de 12?
5. Qual é a diferença entre $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$ e $\frac{3}{6}$ de 12?

Solução. Não ha diferença alguma, porque $\frac{1}{2}$ de 12 são 6; $\frac{2}{4}$ de 12 são 6, e $\frac{3}{6}$ de 12 são 6.

6. Qual é a diferença entre $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{6}$ de 12?

2.ª Lição

7. Tendo um ano 12 meses, $\frac{3}{4}$ de um ano quantos meses são?

Solução. Tendo um ano 12 meses, $\frac{1}{4}$ de 12 meses são $12 \div 4 = 3$ meses, e $\frac{3}{4}$ são 3 vezes 3, que são 9 meses.

$12 \div 4 = 3$
$3 \times 3 = 9$

Quanto é

8. $\frac{1}{3}$ de um ano?
9. $\frac{2}{3}$ de um ano?
10. $\frac{5}{6}$ de um ano?
11. $\frac{5}{12}$ de um ano?
12. $\frac{6}{12}$ de um ano?
13. $\frac{1}{3}$ de um mês?
14. $\frac{3}{4}$ de um mês?
15. $\frac{2}{5}$ de um mês?
16. $\frac{5}{6}$ de um mês?

3.ª Lição

Quanto é

1. $\frac{1}{3}$ de 15. Resp. 5
2. $\frac{2}{5}$ de 20. » 8
3. $\frac{2}{3}$ de 21. » 14
4. $\frac{3}{4}$ de 24. » 18
5. $\frac{1}{4}$ de 28. » 7
6. $\frac{5}{6}$ de 30 Resp. ?
7. $\frac{1}{7}$ de 35 » ?
8. $\frac{3}{5}$ de 20 » ?
9. $\frac{3}{7}$ de 42 » ?
10. $\frac{1}{9}$ de 45 » ?
11. $\frac{4}{9}$ de 81. Resp. ?
12. $\frac{6}{7}$ de 49. » ?
13. $\frac{3}{10}$ de 60. » ?
14. $\frac{8}{10}$ de 100. » ?
15. $\frac{10}{11}$ de 121. » ?

Reduzir frações a uma expressão mais simples

79. Reduzir uma fração a uma expressão mais simples é exprimí-la em termos menores, mas com o mesmo valor.

80. As frações são redutíveis ou irredutíveis.

A fração é **redutível**, quando ambos os seus termos podem ser divididos por um divisor comum; assim, $\frac{4}{6}$ é uma fração redutível porque 4 e 6 podem ser divididos por 2, e a fração reduzida a $\frac{2}{3}$.

A fração é **irredutível**, quando os seus termos não teem um divisor comum; assim, $\frac{4}{5}$ é uma fração irredutível, porque não ha um divisor diferente de 1 que divida 4 e 5 sem deixar resto.

81. Esta redução é baseada no seguinte princípio:

Dividindo-se ambos os termos de uma fração por um mesmo número, não se altera o seu valor.

Problema. Reduzir $\frac{12}{18}$ á expressão mais simples.

Solução. Como ambos os termos desta fração são pares, dividem-se por 2, e a fração ficará reduzida a $\frac{6}{9}$. Como ambos os termos da nova fração são divisíveis por 3, dividem-se por êste número, e ficarão $\frac{2}{3}$ que não pódem ser reduzidos, porque 2 e 3 não teem um divisor comum. A expressão mais simples de $\frac{12}{18}$ é, pois, $\frac{2}{3}$.

$$\frac{12 \div 2}{18 \div 2} = \frac{6}{9}$$

$$\frac{6 \div 3}{9 \div 3} = \frac{2}{3}$$

Exercício de aplicação. Reduzir as seguintes frações á sua expressão mais simples:

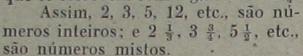
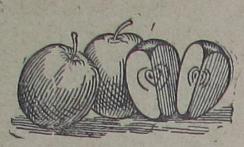
Resp.	Resp.	Resp.	Resp.
1. $\frac{4}{8}$ =. $\frac{1}{2}$	7. $\frac{9}{18}$ =. ?	13. $\frac{16}{36}$ =. ?	19. $\frac{9}{45}$ =. ?
2. $\frac{4}{6}$ =. $\frac{2}{3}$	8. $\frac{6}{24}$ =. ?	14. $\frac{5}{25}$ =. ?	20. $\frac{15}{45}$ =. ?
3. $\frac{6}{9}$ =. $\frac{2}{3}$	9. $\frac{16}{24}$ =. ?	15. $\frac{8}{28}$ =. ?	21. $\frac{20}{50}$ =. ?
4. $\frac{5}{10}$ =. $\frac{1}{2}$	10. $\frac{5}{25}$ =. ?	16. $\frac{14}{28}$ =. ?	22. $\frac{66}{88}$ =. ?
5. $\frac{5}{15}$ =. $\frac{1}{3}$	11. $\frac{20}{25}$ =. ?	17. $\frac{10}{30}$ =. ?	23. $\frac{33}{99}$ =. ?
6. $\frac{8}{12}$ =. $\frac{2}{3}$	12. $\frac{15}{25}$ =. ?	18. $\frac{15}{30}$ =. ?	24. $\frac{50}{100}$ =. ?

Transformar números inteiros ou mistos em frações impróprias

82. Temos de operar muitas vezes com números inteiros e números mistos.

Número inteiro é o que consta de uma ou mais unidades completas, sem fração alguma, como, por exemplo, três maçãs. Póde-se escrever o inteiro com o denominador 1, como $\frac{4}{1}$, que se lê: 4 inteiros.

Número misto é o que consta de um número inteiro e de uma fração, como, por exemplo, duas maçãs e dois quartos de uma maçã, que se escrevem com algarismos $2 \frac{2}{4}$.

Assim, 2, 3, 5, 12, etc., são números inteiros; e $2 \frac{1}{3}$, $3 \frac{3}{4}$, $5 \frac{1}{2}$, etc., são números mistos.

83. Transformar um número misto em uma fração imprópria é achar uma fração que tenha o mesmo valor que o número misto.

Problema. Transformar $6\frac{3}{4}$ em uma fração imprópria.

Solução. Como 1 inteiro tem 4 quartos, 6 inteiros devem ter $4 \times 6 = 24$ quartos; adicionando mais 3 quartos da fração, fazem 27 quartos ou $\frac{27}{4}$.

$$6\frac{3}{4} = \frac{6 \times 4 + 3}{4} = \frac{27}{4}$$

Exercício de aplicação. Transformar os seguintes números mistos em frações impróprias:

Resp.	Resp.	Resp.	Resp.
1. $3 \frac{1}{4}$ = . $\frac{13}{4}$	6. $8 \frac{1}{8}$ = . ?	11. $9 \frac{1}{2}$ = . ?	16. $15 \frac{3}{10}$ = . ?
2. $4 \frac{2}{7}$ = . $\frac{30}{7}$	7. $7 \frac{3}{9}$ = . ?	12. $10 \frac{2}{3}$ = . ?	17. $16 \frac{3}{5}$ = . ?
3. $5 \frac{3}{4}$ = . $\frac{23}{4}$	8. $9 \frac{3}{8}$ = . ?	13. $12 \frac{4}{9}$ = . ?	18. $18 \frac{1}{2}$ = . ?
4. $6 \frac{1}{8}$ = . $\frac{49}{8}$	9. $6 \frac{5}{12}$ = . ?	14. $13 \frac{1}{4}$ = . ?	19. $25 \frac{1}{8}$ = . ?
5. $7 \frac{5}{6}$ = . $\frac{47}{6}$	10. $8 \frac{2}{13}$ = . ?	15. $15 \frac{2}{7}$ = . ?	20. $28 \frac{2}{5}$ = . ?

2.ª Lição sôbre o mesmo ponto.

84. Nesta lição vamos transformar um número inteiro em uma fração com um denominador dado.

Problema. Transformar 4 inteiros em terços.

Solução. 1 inteiro tendo 3 terços, 4 inteiros devem ter 4 vezes 3 terços, que são 12 terços.

$$4 = \frac{4 \times 3}{3} = \frac{12}{3}$$

Exercício de aplicação.

	Resp.		Resp.
1. Transformar 6 em quintos.	$\frac{30}{5}$	5. Transformar 12 em sextos.	?
2. Transformar 7 em quartos.	?	6. Transformar 15 em sétimos.	?
3. Transformar 9 em oitavos.	?	7. Transformar 20 em meios.	?
4. Transformar 8 em nonos.	?	8. Transformar 32 em décimos.	?

Transformar frações impróprias em números inteiros ou mistos

85. Transformar uma fração imprópria em número inteiro ou misto é achar o inteiro ou misto que lhe é equivalente.

1º Problema. Transformar $\frac{12}{4}$ em um número inteiro.

Solução. Como $\frac{4}{4}$ formam 1 inteiro, $\frac{12}{4}$ formam $12 \div 4 = 3$ inteiros.

$$\frac{12}{4} = 12 \div 4 = 3$$

2º Problema. Transformar $\frac{13}{4}$ em um número inteiro.

Solução. Desde que $\frac{4}{4}$ formam 1 inteiro, $\frac{13}{4}$ formam $13 \div 4 = 3\frac{1}{4}$.

$$\frac{13}{4} = 13 \div 4 = 3\frac{1}{4}$$

Divide-se, portanto, o númerador pelo denominador; se a divisão for exata, o número será inteiro, como no primeiro problema; se deixar resto, será misto, como no segundo.

Exercício de aplicação. Transformar as seguintes frações em inteiros ou mistos, segundo o caso:

	Resp.		Resp.		Resp.		Resp.
1. $\frac{8}{2}$ =	4	6. $\frac{18}{3}$ =	?	11. $\frac{35}{8}$ =	?	16. $\frac{66}{66}$ =	?
2. $\frac{9}{4}$ =	$2\frac{1}{4}$	7. $\frac{19}{19}$ =	?	12. $\frac{36}{9}$ =	?	17. $\frac{70}{12}$ =	?
3. $\frac{12}{12}$ =	1	8. $\frac{20}{5}$ =	?	13. $\frac{49}{4}$ =	?	18. $\frac{88}{14}$ =	?
4. $\frac{14}{3}$ =	$4\frac{2}{3}$	9. $\frac{24}{4}$ =	?	14. $\frac{54}{9}$ =	?	19. $\frac{95}{15}$ =	?
5. $\frac{15}{3}$ =	5	10. $\frac{30}{6}$ =	?	15. $\frac{60}{10}$ =	?	20. $\frac{100}{25}$ =	?

Reduzir frações a um denominador comum

86. Reduzir duas ou mais frações a um denominador comum é dar a todas um dominador igual, sem lhes alterar o valor.

Esta redução ou simplificação é baseada no seguinte princípio:

Multiplicando-se ambos os termos de uma fração por um mesmo número, não se lhe altera o valor.

Ha diversos modos de reduzir frações a um denominador comum; daremos aquí sómente os dois seguintes:

1º Reduzir as frações $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$ ao mesmo denominador.

Solução. Se multiplicarmos ambos os termos de uma fração por um mesmo número, não alteraremos o seu valor. Neste caso, multiplicando ambos os termos de $\frac{1}{2}$ por 3×4, temos $\frac{12}{24}$. Multiplicando ambos os termos de $\frac{2}{3}$ por 2×4, temos $\frac{16}{24}$. Multiplicando ambos termos de $\frac{3}{4}$ por 2×3, temos $\frac{18}{24}$, e ficam assim as três frações com o mesmo denominador, sem sofrerem alteração os seus valores.

$$\frac{1}{2}, \quad \frac{2}{3}, \quad \frac{3}{4}$$

$$\frac{12}{24}, \quad \frac{16}{24}, \quad \frac{18}{24}$$

87. O segundo modo tem a vantagem de obter o mínimo denominador comum, o que simplifica as frações e facilita as operações que teem de ser efetuadas.

2º. Reduzir $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{3}{8}$ e $\frac{5}{12}$ ao mínimo denominador comum.

Solução. Procuraremos primeiro o mínimo múltiplo comum dos quatro denominadores 3, 6, 8 e 12. (Vêde n.° **69**). O mínimo múltiplo comum dêstes quatro números é 24, que será também o menor denominador comum destas frações. Escreveremos depois o número 24 debaixo de cada fração, pondo um traço sôbre êle, para escrevermos em cima o numerador, como vemos aquí $\overline{24}$, $\overline{24}$, $\overline{24}$, $\overline{24}$. O número 24 será agora dividido pelo denominador de cada fração, e o quociente multiplicado pelo seu respectivo numerador.

Processo

$$\frac{2}{3},\ \frac{1}{6},\ \frac{3}{8},\ \frac{5}{12}$$

$$\frac{16}{24},\ \frac{4}{24},\ \frac{9}{24},\ \frac{10}{24}$$

Comecemos a redução pela fração $\frac{2}{3}$. Dividindo 24 pelo denominador 3, o quociente é 8, isto é, 24 é 8 vezes maior do que 3, e para o numerador 2 ficar também 8 vezes maior, afim de não alterarmos o valor desta fração, multiplicaremos o numerador 2 por 8, e teremos $2 \times 8 = 16$, que escreveremos sôbre o denominador 24. O resultado será $\frac{16}{24} = \frac{2}{3}$.

Passemos agora a $\frac{1}{6}$. Dividindo 24 por 6, o quociente é 4, isto é, 24 é 4 vezes maior do que 6, e para o numerador 1 ficar também 4 vezes maior, multiplicá-lo-emos por 4, e teremos $1 \times 4 = 4$, que escreveremos sôbre o denominador 24. O resultado será $\frac{4}{24} = \frac{1}{6}$. Do mesmo modo faremos com $\frac{3}{8}$ e $\frac{5}{12}$, e ficarão as quatro frações reduzidas ao mínimo denominador comum.

Nota. Se alguma fração for redutível, deve ser simplificada antes de se começar êste processo.

Exercício de aplicação. Reduzir os seguintes grupos de frações ao seu mínimo denominador comum:

		Resp.
1.	$\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$.	$\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$
2.	$\frac{2}{3}$, $\frac{2}{5}$.	$\frac{10}{15}$, $\frac{6}{15}$
3.	$\frac{5}{8}$, $\frac{7}{12}$.	$\frac{15}{24}$, $\frac{14}{24}$
4.	$\frac{1}{2}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{6}$.	$\frac{12}{24}$, $\frac{9}{24}$, $\frac{20}{24}$
5.	$\frac{3}{10}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{7}{20}$.	$\frac{6}{20}$, $\frac{16}{20}$, $\frac{7}{20}$
6.	$\frac{5}{6}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{12}$.	$\frac{20}{24}$, $\frac{9}{24}$, $\frac{10}{24}$
7.	$\frac{4}{6}$, $\frac{8}{12}$, $\frac{6}{9}$.	$\frac{2}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{3}$

		Resp.
8.	$\frac{3}{8}$, $\frac{5}{12}$.	?
9.	$\frac{3}{4}$, $\frac{5}{7}$.	?
10.	$\frac{9}{18}$, $\frac{7}{14}$.	?
11.	$\frac{2}{3}$, $\frac{6}{15}$, $\frac{4}{5}$.	?
12.	$\frac{2}{2}$, $\frac{6}{10}$, $\frac{15}{20}$.	?
13.	$\frac{25}{50}$, $\frac{46}{60}$, $\frac{18}{20}$.	?
14.	$\frac{1}{2}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{4}{10}$, $\frac{6}{8}$.	?

1.ª Lição de somar frações

88. Na operação de somar frações ha três casos a considerar:

1° Somar frações que teem o mesmo denominador.
2° Somar frações que teem denominadores diferentes.
3° Somar frações com números inteiros ou mistos.

1° Caso. Problema. Qual é a soma de $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$ e $\frac{3}{4}$?

Solução. 1 quarto, mais 2 quartos, mais 3 quartos são 6 quartos; e $\frac{6}{4}$ transformados em número misto, dão $1\frac{2}{4}$.

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} = \frac{6}{4}$$

2° Caso. Problema. Qual é a soma de $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ e $\frac{1}{4}$?

Solução. As frações $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ e $\frac{1}{4}$, reduzidas ao mínimo denominador comum, ficam $\frac{6}{12}$, $\frac{8}{12}$ e $\frac{3}{12}$; e a soma destas frações é $\frac{17}{12}$ ou $1\frac{5}{12}$.

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{1}{4} = ?$$

$$\frac{6}{12} + \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{17}{12}$$

Exercício de aplicação. Somar os seguintes grupos de frações:

	Respostas		Resp.		Resp.
1. $\frac{2}{6}+\frac{3}{6}=$?	$\frac{5}{6}$	5. $\frac{3}{7}+\frac{5}{14}=$	?	9. $\frac{3}{7}+\frac{5}{6}=$	?
2. $\frac{2}{8}+\frac{1}{7}+\frac{1}{2}=$	?	6. $\frac{4}{8}+\frac{5}{8}=$	?	10. $\frac{2}{8}+\frac{1}{3}+\frac{5}{6}=$	?
3. $\frac{2}{13}+\frac{5}{13}+\frac{6}{13}=$	?	7. $\frac{2}{6}+\frac{2}{4}+\frac{1}{12}=$	?	11. $\frac{7}{12}+\frac{3}{8}+\frac{1}{4}=$	?
4. $\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+\frac{3}{4}=$	?	8. $\frac{2}{5}+\frac{1}{2}+\frac{3}{10}=$	?	12. $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}=$	?

2.ª Lição de somar frações

3º Caso. Qual é a soma de $8\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ e 7?

Solução. A soma dos inteiros é $8+7=15$. A soma das frações é $\frac{1}{2}+\frac{3}{4}=\frac{5}{4}=1\frac{1}{4}$. Adicionando as duas parcelas, temos $16\frac{1}{4}$.

Inteiros $8+7=15$
Frações $\frac{1}{2}+\frac{3}{4}=1\frac{1}{4}$
Soma...... $16\frac{1}{4}$

Exercicio de aplicação. Efetuar as seguintes adições:

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)	(6.)	(7.)	(8.)
$2\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{4}$	$6\frac{2}{3}$	$5\frac{1}{4}$	$7\frac{2}{5}$	$2\frac{1}{6}$	$9\frac{2}{7}$	$10\frac{1}{8}$
$3\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$4\frac{1}{3}$	$2\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	$5\frac{2}{6}$	$2\frac{5}{7}$	$5\frac{6}{8}$
1	$2\frac{1}{4}$	$1\frac{2}{3}$	$1\frac{1}{4}$	$3\frac{2}{5}$	$3\frac{2}{6}$	$\frac{4}{7}$	$3\frac{7}{8}$
7	$8\frac{1}{4}$						

	Respostas		Respostas		Respostas
9. $3+2\frac{1}{4}=$	$5\frac{1}{4}$	15. $8\frac{1}{4}+9\frac{1}{4}=$	?	21. $\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+3=$	?
10. $5\frac{1}{8}+4=$	?	16. $10\frac{3}{6}+\frac{3}{5}=$	?	22. $3+6+\frac{3}{4}=$	?
11. $2\frac{1}{4}+3\frac{3}{4}=$	?	17. $\frac{3}{9}+3\frac{1}{4}=$	?	23. $5+\frac{3}{3}+8\frac{5}{3}=$	?
12. $6\frac{1}{8}+\frac{2}{8}=$	?	18. $\frac{16}{12}+6\frac{1}{8}=$	?	24. $1\frac{1}{2}+2\frac{1}{4}+3\frac{3}{4}=$	?
13. $7\frac{1}{4}+2\frac{1}{6}=$	?	19. $\frac{11}{22}+8\frac{5}{10}=$	?	25. $7\frac{1}{6}+8\frac{1}{4}+2\frac{2}{6}=$	?
14. $\frac{24}{8}+\frac{16}{4}=$	?	20. $\frac{23}{6}+\frac{27}{4}=$	?	26. $15+\frac{2}{9}+3\frac{3}{16}=$	?

1.ª Lição de subtrair frações

89. Na subtração de frações ha 3 casos a considerar:

1º Subtrair uma fração de outra, tendo ambas o mesmo denominador.

2º Subtrair uma fração de outra, tendo elas denominadores diferentes.

3º Subtrair uma fração de um número inteiro ou misto.

1º Caso. Problema. De $\frac{3}{4}$ subtraindo $\frac{2}{4}$ quanto resta?

Solução. De 3 quartos subtraindo 2 quartos, resta um quarto.

$$\frac{3}{4}-\frac{2}{4}=\frac{1}{4}$$

2° Caso. Problema. Subtraindo $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{2}$ quanto resta?

Solução. Reduzindo $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$ ao mínimo denominador comum, temos $\frac{2}{4}$ e $\frac{1}{4}$; ora, de 2 quartos tirando 1 quarto, resta 1 quarto.

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = ?$$
$$\frac{2}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

Exercício de aplicação. Efetuar as seguintes subtrações:

1. $\frac{4}{6} - \frac{3}{6} = \frac{1}{6}$	5. $\frac{5}{6} - \frac{1}{4} = ?$	9. $\frac{3}{7} - \frac{5}{14} = ?$
2. $\frac{5}{6} - \frac{8}{9} = ?$	6. $\frac{5}{6} - \frac{2}{12} = ?$	10. $\frac{9}{12} - \frac{10}{14} = ?$
3. $\frac{10}{4} - \frac{7}{4} = ?$	7. $\frac{1}{2} - \frac{7}{14} = ?$	11. $\frac{21}{17} - \frac{17}{17} = ?$
4. $\frac{25}{2} - \frac{30}{7} = ?$	8. $\frac{25}{4} - \frac{10}{8} = ?$	12. $\frac{26}{27} - \frac{18}{30} = ?$

9.ª Lição de dividir

3° Caso. Problema. De $8\frac{1}{3}$ subtraindo $3\frac{1}{2}$, quanto resta?

Solução. Reduzindo $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{2}$ ao mesmo denominador, temos $\frac{2}{6}$ e $\frac{3}{6}$. Como não podemos subtrair $\frac{3}{6}$ de $\frac{2}{6}$, tiramos 1 unidade de 8, e como 1 tem $\frac{6}{6}$, com os $\frac{2}{6}$ fazem $\frac{8}{6}$. Agora de $\frac{8}{6}$ tirando $\frac{3}{6}$, restam $\frac{5}{6}$; e de 7 tirando 3, resta 4. A resposta é $4\frac{5}{6}$. Podemos também resolver êste caso transformando os dois termos em frações impróprias, e operar depois como no 2.° caso, mas êste processo é mais trabalhoso.

$$8\tfrac{1}{3} - 3\tfrac{1}{2} = ?$$
$$8\tfrac{2}{6} - 3\tfrac{3}{6} = ?$$
$$7\tfrac{8}{6} - 3\tfrac{3}{6} = 4\tfrac{5}{6}$$

Exercício de aplicação. Efetuar as seguintes subtrações:

	(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)	(6.)	(7.)
Minuendo	$8\frac{1}{2}$	$5\frac{3}{4}$	$3\frac{7}{9}$	6	$10\frac{4}{5}$	$12\frac{5}{6}$	$15\frac{4}{9}$
Subtraendo	5	$2\frac{1}{4}$	$\frac{5}{8}$	$2\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{5}$	$\frac{4}{6}$	$5\frac{1}{9}$
	$3\frac{1}{2}$						

8. $4 - \frac{1}{3} = ?$	12. $5\frac{3}{8} - 2\frac{1}{8} = ?$	16. $7\frac{4}{9} - 2\frac{1}{6} = ?$
9. $6 - \frac{3}{4} = ?$	13. $6\frac{1}{4} - 3\frac{2}{8} = ?$	17. $15\frac{3}{4} - 12\frac{1}{4} = ?$
10. $7 - 2\frac{1}{2} = ?$	14. $9\frac{2}{5} - 7\frac{1}{2} = ?$	18. $18\frac{1}{9} - 15\frac{1}{8} = ?$
11. $8 - 3\frac{3}{4} = ?$	15. $\frac{25}{4} - \frac{26}{8} = ?$	19. $20\frac{1}{5} - 8\frac{1}{6} = ?$

1ª Lição de multiplicar frações

90. Na multiplicação de frações ha quatro casos a considerar:

1° Multiplicar uma fração por um número inteiro.
2° Multiplicar uma fração por outra fração.
3° Multiplicar uma fração por um número misto.
4° Multiplicar um número inteiro por um número misto.

1° Caso. Problema. Multiplicar $\frac{3}{4}$ por 4.

$$\frac{3 \times 4}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

Solução. Multiplicar uma fração por um inteiro é repetir a fração tantas vezes quantas são as unidades do inteiro. Assim, $\frac{3}{4} \times 4 = \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{12}{4} = 3$. Multiplica-se, portanto, o numerador da fração pelo inteiro.

Efetuar as seguintes multiplicações:

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)	(6.)
$\frac{5}{6} \times 3 = \frac{15}{6}$	$\frac{2}{5} \times 5 = ?$	$\frac{2}{8} \times 6 = ?$	$\frac{5}{8} \times 4 = ?$	$\frac{6}{7} \times 6 = ?$	$\frac{8}{9} \times 7 = ?$

2° Caso. Problema Multiplicar $\frac{2}{3}$ por $\frac{4}{5}$.

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$$

Solução. Multiplicando os numeradores, temos $2 \times 4 = 8$; multiplicando depois os denominadores, temos $3 \times 5 = 15$. O produto da multiplicação é $\frac{8}{15}$.

Efetuar as seguintes multiplicações:

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)	(6.)
$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{12}$	$\frac{3}{5} \times \frac{1}{2} = ?$	$\frac{2}{5} \times \frac{2}{3} = ?$	$\frac{1}{6} \times \frac{3}{5} = ?$	$\frac{7}{8} \times \frac{3}{5} = ?$	$\frac{7}{9} \times \frac{2}{4} = ?$

3° Caso. Problema. Multiplicar $\frac{2}{3}$ por $2\frac{1}{5}$.

$$\frac{2}{3} \times 2\frac{1}{5} = ?$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{11}{5} = \frac{22}{15} = 1\frac{7}{15}$$

Solução. Transformando o número misto $2\frac{1}{5}$ em uma fração imprópria, temos $\frac{11}{5}$. Efetuando agora a multiplicação, como se os dois fatores fossem duas frações, temos $\frac{2}{3} \times \frac{11}{5} = \frac{22}{15} = 1\frac{7}{15}$.

Efetuar as seguintes multiplicações:

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)
$\frac{3}{4} \times 2\frac{1}{2} = \frac{15}{8}$.	$\frac{2}{5} \times 1\frac{2}{3} = ?$	$\frac{4}{5} \times 3\frac{1}{4} = ?$	$\frac{3}{4} \times 3\frac{1}{2} = ?$	$\frac{5}{6} \times 4\frac{2}{5} = ?$

2.ª Lição de multiplicar frações

4° Caso Problema. Multiplicar 12 por $5\frac{3}{4}$.

		12
		$5\frac{3}{4}$
5 vezes 12	=	60
$\frac{3}{4}$ de 12	=	9
Produto	=	69

Solução. Temos de multiplicar 12 por 5, que são $12 \times 5 = 60$. Adicionando $\frac{3}{4}$ de 12, que são 9, temos 69, que é o produto de 12 multiplicado por $5\frac{3}{4}$.

Efetuar as seguintes multiplicações:

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)	(6.)	(7.)
15	8	12	10	12	14	15
$3\frac{2}{3}$	$2\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{4}$	$2\frac{2}{5}$	$6\frac{3}{4}$	$6\frac{4}{7}$	$4\frac{1}{3}$
55						

Nota. Os quatro casos da multiplicação de frações podem ser reduzidos a um só, pelo seguinte modo: "Quando um fator da multiplicação é número misto, transforma-se em uma fração imprópria; quando é número inteiro, dá-se-lhe o denominador 1, e depois opera-se como no **2° caso**". E', porém, muito conveniente conservar os quatro casos, para melhor esclarecimento dos alunos.

Exercício de aplicação. Efetuar as seguintes multiplicações:

1. $\frac{3}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{20}$
2. $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7} = \frac{15}{28}$
3. $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$
4. $\frac{7}{3} \times \frac{3}{7} = 1$
5. $2\frac{2}{5} \times 3\frac{1}{3} = 8$
6. $\frac{5}{6} \times 7\frac{1}{2} = ?$
7. $14 \times \frac{5}{7} = ?$
8. $\frac{7}{8} \times \frac{9}{10} = ?$
9. $\frac{9}{15} \times \frac{7}{20} = ?$
10. $5\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{4} = ?$
11. $25 \times 8\frac{3}{5} = ?$
12. $10\frac{1}{5} \times 2\frac{1}{8} = ?$
13. $\frac{8}{7} \times \frac{5}{9} \times \frac{4}{11} = ?$
14. $\frac{9}{18} \times \frac{11}{22} \times \frac{17}{24} = ?$
15. $\frac{13}{42} \times \frac{9}{27} \times \frac{7}{21} = ?$

3.ª Lição. (Multiplicação cancelada)

91. A multiplicação de frações póde ser muito abreviada, cancelando-se os numeradores e denominadores iguais, e dividindo-se os numeradores e denominadores que tiverem um divisor comum.

Cancelar um número é passar um traço sôbre êle para o inutilizar na operação, como $\cancel{1}$, $\cancel{2}$, $\cancel{3}$, $\cancel{5}$, $\cancel{8}$, etc.

Problema. Qual é o produto de $\frac{3}{7} \times \frac{7}{5} \times \frac{2}{3}$?

Solução. Como o numerador da primeira fração é igual ao denominador da terceira, cancelam-se os dois termos, e desaparecem da multiplicação. Como o numerador da segunda fração é igual ao denominador da primeira, cancelam-se os dois termos, e desaparece.m Restam agora o numerador 2 e o denominador 5, que fazem dois quintos, que é o produto pedido.

Operação

$$\frac{\cancel{3}}{\cancel{7}} \times \frac{\cancel{7}}{5} \times \frac{2}{\cancel{3}} = \frac{2}{5}$$

Problema. Multiplicar $\frac{7}{18} \times \frac{6}{14} \times \frac{1}{5}$.

Solução. Podemos dividir o numerador da primeira fração e o denominador da segunda por 7. Então, 7 ÷ 7 = 1, e 14 ÷ 7 = 2; cancelaremos os dois números, e escreveremos os quocientes 1 e 2 nos seus lugares respectivos. Podemos também dividir o numerador da segunda fração e o denominador da primeira por 6; então. 6 ÷ 6 = 1, e 18 ÷ 6 = 3. Cancelaremos 6 e 18, e poremos nos seus respectivos lugares os quocientes 1 e 3. Agora o numerador é 1 × 1 × 1 = 1, e o denominador é 3 × 2 × 5 = 30. A resposta é um trinta-avos.

$$\frac{\overset{1}{\cancel{7}}}{\underset{3}{\cancel{18}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{6}}}{\underset{2}{\cancel{14}}} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{30}$$

Exercício de aplicação. Efetuar as seguintes multiplicações por meio do cancelamento.

		Resposta
1.	$\frac{3}{6} \times \frac{2}{3} \times \frac{6}{7} = ?$	$\frac{2}{7}$
2.	$\frac{7}{9} \times \frac{2}{3} \times \frac{9}{14} =$	$\frac{1}{3}$
3.	$\frac{5}{10} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{2} \times \frac{10}{12} =$	$\frac{1}{12}$
4.	$\frac{12}{19} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{12} \times \frac{19}{10} =$	$\frac{2}{5}$
5.	$\frac{7}{8} \times \frac{5}{9} \times \frac{8}{9} \times \frac{9}{10} \times \frac{3}{7} =$	$\frac{1}{6}$
6.	$\frac{6}{14} \times \frac{2}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{7}{9} \times \frac{3}{8} =$	$\frac{1}{16}$

		Resposta
7.	$\frac{4}{9} \times \frac{2}{4} \times \frac{9}{10} =$	?
8.	$\frac{5}{8} \times \frac{4}{5} \times \frac{8}{9} =$	?
9.	$\frac{7}{12} \times \frac{6}{14} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{3} =$	?
10.	$\frac{18}{25} \times \frac{7}{18} \times \frac{7}{14} \times \frac{5}{6} =$	?
11.	$\frac{10}{80} \times \frac{15}{28} \times \frac{11}{17} \times \frac{17}{22} =$	?
12.	$\frac{11}{16} \times \frac{6}{11} \times \frac{5}{12} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{3} =$	?

1.ª Lição de dividir frações

92. Na divisão de frações ha três casos a considerar:

1º Dividir uma fração por outra.
2º Dividir uma fração por um número misto.
3º Dividir uma fração por um número inteiro.

1. Caso. Problema. Dividir $\frac{3}{4}$ por $\frac{2}{5}$.

Solução. O dividendo é $\frac{3}{4}$, e o divisor é $\frac{2}{5}$. Invertem-se os termos do divisor, e depois multiplicam-se as duas frações. O divisor invertido é $\frac{5}{2}$; multiplicando agora as duas frações, temos $\frac{3}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$, que é o quociente de $\frac{3}{4}$ dividido por $\frac{2}{5}$.

$$\frac{3}{4} \div \frac{2}{5} = ?$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$$

Efetuar as seguintes divisões:

(1.) $\frac{2}{4} \div \frac{2}{3} = \frac{6}{8}$. (2) $\frac{3}{5} \div \frac{1}{2} = ?$ (3.) $\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = ?$ (4.) $\frac{3}{7} \div \frac{1}{3} = ?$ (5.) $\frac{4}{5} \div \frac{2}{5} = ?$ (6.) $\frac{3}{7} \div \frac{3}{8} = ?$ (7.) $\frac{5}{3} \div \frac{5}{6} = ?$

2. Caso. Problema. Dividir $\frac{2}{3}$ por $1\frac{1}{4}$

Solução. O número misto $1\frac{1}{4}$ reduzido a uma fração impropria, dá $\frac{5}{4}$. Invertem-se os termos desta fração, e opera-se a multiplicação, como fizemos no caso precedente, e o resultado $\frac{8}{15}$ é o quociente da divisão.

$$\frac{2}{3} \div 1\frac{1}{4} = \frac{2}{3} \div \frac{5}{4} =$$
$$= \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$$

Efetuar as seguintes divisões:

(1.) $\frac{3}{4} \div 2\frac{1}{2} = \frac{6}{20}$. (2.) $\frac{2}{3} \div 3\frac{1}{4} = ?$ (3.) $\frac{1}{4} \div 2\frac{1}{2} = ?$ (4) $\frac{5}{6} \div 4\frac{1}{4} = ?$ (5) $\frac{2}{5} \div 2\frac{1}{4} = ?$ (6) $\frac{4}{5} \div 3\frac{1}{3} = ?$

2.ª Lição de dividir frações

3. Caso. Problema. Dividir $\frac{3}{5}$ por 4.

Solução. De dois modos podemos dividir uma fração por um número inteiro, a saber: dividindo o numerador pelo inteiro ou multiplicando o denominador pelo mesmo inteiro. Como não podemos dividir exatamente o numerador pelo inteiro, multiplicaremos por êle o denominador, e teremos 5 × 4 = 20. A fração ficará $\frac{3}{20}$ que é o quociente da divisão.

$$\frac{3}{5} \div 4 = \frac{3}{5 \times 4} = \frac{3}{20}$$

Efetuar as seguintes divisões:

(1.) $\frac{2}{3} \div 3 = \frac{2}{9}$. (2.) $\frac{3}{4} \div 5 = ?$ (3.) $\frac{3}{5} \div 2 = ?$ (4) $\frac{4}{7} \div 5 = ?$ (5) $\frac{4}{5} \div 6 = ?$ (6) $\frac{5}{7} \div 6 = ?$ (7) $\frac{7}{8} \div 4 = ?$

Nota. Os três casos da divisão podem ser reduzidos a um só, do seguinte modo: "Quando um termo da divisão é um número misto, transforma-se em uma fração imprópria; quando é inteiro, da-se-lhe o denominador 1, e depois se opera como no 1.º caso".

Exercício de aplicação. Efetuar as seguintes divisões:

1. $\frac{3}{7} \div \frac{5}{8} = \frac{24}{35}$	7. $\frac{3}{4} \div \frac{1}{4} = ?$	13. $\frac{4}{15} \div \frac{3}{5} = ?$
2. $\frac{5}{9} \div \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$	8. $\frac{4}{5} \div \frac{3}{7} = ?$	14. $\frac{4}{7} \div 4 = ?$
3. $\frac{10}{17} \div \frac{3}{4} = \frac{40}{51}$	9. $\frac{6}{11} \div 3 = ?$	15. $4\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{3} = ?$
4. $\frac{8}{9} \div 3 = \frac{8}{27}$	10. $\frac{18}{25} \div \frac{3}{5} = ?$	16. $\frac{5}{6} \div \frac{5}{3} = ?$
5. $15 \div \frac{3}{4} = 20$	11. $29 \div \frac{5}{7} = ?$	17. $\frac{5}{7} \div 5 = ?$
6. $\frac{5}{8} \div 3\frac{3}{4} = \frac{1}{6}$	12. $4\frac{2}{3} \div 2\frac{1}{4} = ?$	18. $8 \div \frac{3}{4} = ?$

Fração de fração

93. Dá-se o nome de fração de fração a uma ou mais partes de uma fração, como $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{4}$, que se lê: *um meio de um quarto.*

Ilustração. Se dividirmos uma laranja em duas partes iguais, cada parte será a metade ou $\frac{1}{2}$ da laranja. Se dividirmos depois uma das metades em duas partes iguais, cada parte será $\frac{1}{2}$ dessa metade ou $\frac{1}{4}$ da laranja inteira; logo $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$ é igual a $\frac{1}{4}$ de 1 inteiro.

Problema. Quanto é $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{5}$?

Solução. Multiplicando as duas frações, temos $\frac{2}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$ que são $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{5}$. Podemos facilmente demonstrar a exatidão dêste resultado. $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{5}$ é a terça parte de $\frac{1}{5}$, que é $\frac{1}{15}$, e $\frac{2}{3}$ são $\frac{2}{15}$. Quando um número é misto, transforma-se em uma fração imprópria, e depois efetua-se a multiplicação.

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$$

Exercício de aplicação. Achar as seguintes frações:

1. $\frac{1}{8}$ de $\frac{5}{7}$.	Resp. $\frac{5}{56}$	5. $\frac{2}{5}$ de $7\frac{1}{2}$.	Resp. ?
2. $\frac{1}{3}$ de $\frac{2}{5}$.	» $\frac{2}{15}$	6. $\frac{1}{4}$ de $\frac{3}{7}$.	» ?
3. $\frac{2}{5}$ de 3.	» $1\frac{1}{5}$	7. $\frac{4}{5}$ de $\frac{10}{12}$.	» ?
4. $\frac{3}{7}$ de 12.	» $5\frac{1}{7}$	8. $\frac{3}{4}$ de 8.	» ?

1.ª Lição prática de problemas sôbre frações

1. Fazendo um operário 4 caixas por dia, quantos dias deve trabalhar para fazer 23 caixas?

Solução. Dividindo 23 por 4, o quociente é $5\frac{3}{4}$; e por isso deve trabalar 5 dias e $\frac{3}{4}$ de um dia.

```
23 | 4
20   5
--
 3
```

2. Ganhando um pedreiro 8 cruzeiros por dia, quantos dias deve trabalhar para receber 44 cruzeiros? Resp. ?

3. Fazendo uma máquina 7.500 metros de certo tecido por dia, quantos dias lhe são necessários para fazer 48.750 metros do mesmo tecido ?

4. Uma roda dentada faz 28.500 voltas em 6 horas; por hora quantas voltas faz ?

5. Custando uma dúzia de cadernos 8 cruzeiros, quantas duzias poderei comprar com 60 cruzeiros ?

6. Uma dúzia de livros iguais pesam 4 quilogramas; quantas dúzias pesam 11 quilogramas?

7. Navegando um vapor 12 milhas por hora, que tempo gastará para navegar 102 milhas?

8. Se uma torneira lança 8 litros de água por segundo, que tempo gastará para lançar 60 litros ?

9. Custando uma grosa de botões dourados 288 cruzeiros, quanto devem custar duas dúzias e meia ?

10. Dividindo-se 3 dúzias e meia de lenços por 7 meninos, que parte de uma dúzia receberá cada um ? Resp. ?

FRAÇÕES DECIMAIS

94. Frações decimais são partes da unidade dividida em dez, cem, mil ou em mais partes menores na razão décupla.

As diversas frações decimais dividem-se do seguinte modo:

Uma unidade	divide-se	em	10 décimos.
Um décimo	»	»	10 centésimos.
Um centésimo	»	»	10 milésimos.
Um milésimo	»	»	10 décimos milésimos.
Um décimo milésimo..	»	»	10 centésimos milésimos.
Um centésimo milésimo	»	»	10 milionésimos, etc.

95. A fração decimal escreve-se ao lado direito do número inteiro, separada por um vírgula, que se chama **vírgula decimal,** como 2,5 que se lê: *dois inteiros e cinco décimos.*

Se a fração decimal não está anexa a um número inteiro, escreve-se uma cifra no lugar do número inteiro, como 0,5, que se lê: *5 décimos;* 0,75, que se lê: *75 centésimos.* Esta cifra serve para mostrar que não ha inteiros, e que o número que está á sua direita é uma fração decimal.

96. A ordem das frações decimais segue da esquerda para a direita, começando na vírgula decimal. Assim,
os décimos ocupam a 1ª ordem,
os centésimos ocupam a 2ª,
os milésimos ocupam a 3ª,
os décimos milésimos ocupam a 4ª,
os centésimos milésimos ocupam a 5ª,
os milionésimos ocupam a 6ª, etc.,
como se vê na tabéla que está ao lado.

Número inteiro	Vírgula decimal	Décimos........	Centésimos........	Milésimos........	Décimos milésimos....	Centésimos milésimos....	Milionésimos........
		1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª
0	,	7	5	4	3	8	2

97. Para se exprimir uma fração decimal, lê-se o seu número, acrescentando o nome da última ordem. Assim,

0,2 lê-se: *2 décimos.*	0,025 lê-se: *25 milésimos.*
0,15 lê-se: *15 centésimos.*	0,205 lê-se: *205 milésimos.*
0,008 lê-se: *8 milésimos.*	3,015 lê-se: *3 inteiros e 15 milésimos.*

Exercício de aplicação. Os discípulos devem lêr as seguintes frações, e depois o professor ditará estas ou outras que êles escreverão na pedra.

1. 0,1	6. 0,001	11. 0,0002	16. 4,06	21. 0,725
2. 0,9	7. 0,025	12. 0,0018	17. 3,25	22. 12,045
3. 0,05	8. 0,146	13. 0,0225	18. 2,025	23. 0,808
4. 0,18	9. 0,205	14. 0,1250	19. 1,120	24. 0,008
5. 0,65	10. 0,950	15. 0,4005	20. 5,008	25. 9,075

Alteração no valor das frações decimais

98. As frações decimais estão sujeitas ás seguintes altcções:

1ª Se prefixarmos uma cifra a 0,2 (2 décimos) esta fração tornar-se-á 0,02 (2 centésimos), que é a sua décima parte, porque o algarismo 2 passa da ordem dos décimos para a dos centésimos; se ainda prefixarmos outra cifra, a fração tornar-se-á 0,002 (2 milésimos), que é a sua centésima parte.

2ª Se acrescentarmos uma ou mais cifras a uma fração decimal, não lhe alteraremos o valor, porque estas cifras, ainda que lhe mudem a denominação, não lhe alteram o valor; pois se acrescentarmos uma cifra a 0,2, esta fração ficará 0,20; se acrescentarmos duas cifras, ficará 0,200; ora dois décimos, vinte centésimos e duzentos milésimos são frações iguais.

Inteiros	Décimos	Centésimos	Milésimos
0,	2		
0,	0	2	
0,	0	0	2
0,	2		
0,	2	0	
0,	2	0	0

Nota. Prefixar um algarismo a um número é escrever o algarismo á esquerda do número, e acrescentar-lhe um algarismo é escrevê-lo á direita; de sorte que, se préfixarmos 5 ao número 9, teremos 59, e se lhe acrescentarmos 5, teremos 95.

99. Para se tornar um número decimal 10 vezes maior, adianta-se a vírgula uma ordem para a direita; para se tornar 100 vezes maior, adianta-se a vírgula duas ordens, e assim por diante. E para o reduzir á sua décima parte, remove-se a vírgula uma ordem para a esquerda; para o reduzir á centésima parte, remove-se a vírgula duas ordens, etc.

Ilustração. Se em 1,005 adiantarmos a vírgula uma ordem para a direita, o número ficará 10,05, isto é, 10 vezes maior; porque a parte inteira, que era 1, passou para 10, e a fração, que era 0,005, passou para 0,05. Se adiantarmos duas ordens, o número ficará 100,5. O inverso se dará, se removermos a vírgula para a esquerda.

Exercício de aplicação.

		Respostas
1.	Tornar o número 54,375 cem vezes maior.	5437,5
2.	Reduzir o número 54,375 á sua centésima parte.	0,54375.
3.	Reduzir o número 8540,5 á sua décima parte	854,05.
4.	Tornar a fração 0,55 cem vezes maior.	55
5.	Reduzir a fração 0,55 á centésima parte	0,0055.
6.	Reduzir o número 7,5 á milésima parte.	0,0075.

Transformar frações decimais em frações ordinárias

100. A fração decimal tem na escrita um denominador oculto, que póde ser expresso por 1 e tantas cifras, quantas forem os algarismos da fração decimal. Assim, 0,5 é igual a $\frac{5}{10}$; 0,05 é igual a $\frac{05}{100} = \frac{5}{100}$.

Problema. Transformar 0,25 em uma fração ordinária.

Solução. Como o denominador de uma fração decimal é 1 e tantas cifras quantos são os algarismos da decimal, segue-se que a fração 0,25 = $\frac{25}{100}$ que simplificada dá $\frac{1}{4}$.

$$0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

Exercício de aplicação. Transformar em frações ordinárias as seguintes decimais:

1. 0,25	Resp. $\frac{1}{4}$	6. 0,50	Resp. ?	11. 0,025	Resp. ?
2. 0,20	» $\frac{1}{5}$	7. 0,58	» ?	12. 0,16	» ?
3. 0,125	» $\frac{1}{8}$	8. 0,025	» ?	13. 0,03125	» ?
4. 0,375	» $\frac{3}{8}$	9. 0,0625	» ?	14. 5,046	» ?
5. 4,050	» $4\frac{1}{20}$	10. 0,325	» ?	15. 0,0728	» ?

Transformar frações ordinárias em decimais

101. Uma fração ordinária, transformada em decimal, póde produzir, ou uma **decimal exata**, ou uma **decimal periódica**, como notaremos nos dois exemplos seguintes:

Decimal exata. Problema. Transformar $\frac{3}{4}$ em uma fração decimal.

Solução. Acrescentando uma cifra ao numerador, e dividindo-o pelo denominador, ficam 2 de resto; acrescentando outra cifra ao resto e continuando a divisão, não ha mais resto. Ora, como se juntaram duas cifras ao numerador, separam-se dois algarismos no quociente, que fica 0,75. Esta fração é **decimal exata**, porque não deixou resto na divisão.

```
30 | 4
20  ,75
 0
```

Decimal periódica. Problema. Transformar $\frac{2}{3}$ em uma fração decimal.

Solução. Acrescentando uma cifra ao numerador, e dividindo-o pelo denominador, ficam 2 de resto; acrescentando outra cifra ao resto, e dividindo-o pelo denominador ficam também 2 de resto; continuando a divisão, o quociente será sempre 6, deixando 2 de resto. Esta fração é, portanto, **decimal periódica**. Nestas divisões, bastará acrescentar três cifras ao numerador, e separar 3 algarismos no quociente, e dar a operação por concluída. Assim, neste exemplo, o resultado é 0,666, isto é, 666 milésimos.

```
20 | 3
20  ,666
 20
  2
```

Exercício de aplicação. Transformar em decimais as seguintes frações ordinárias:

1.	$\frac{2}{5}$	Resp. 0,4	6.	$\frac{1}{3}$	Resp. ?	11.	$\frac{7}{125}$	Resp. ?
2.	$\frac{3}{4}$	» 0,75	7.	$\frac{5}{20}$	» ?	12.	$\frac{13}{40}$	» ?
3.	$\frac{4}{25}$	» 0,16	8.	$\frac{1}{400}$	» ?	13.	$\frac{23}{500}$	» ?
4.	$\frac{3}{40}$	» 0,075	9.	$\frac{3}{850}$	» ?	14.	$\frac{17}{25}$	» ?
5.	$8\frac{8}{50}$	» 8,16	10.	$5\frac{23}{500}$	» ?	15.	$\frac{3}{250}$	» ?

Adição decimal

102. A adição decimal opera-se do mesmo modo que a de números inteiros; para que as unidades de mesma ordem fiquem em coluna, basta colocar as parcelas de modo que fique vírgula por baixo de vírgula; adicionam-se as diversas colunas, e escreve-se a vírgula decimal na soma.

Exercício de aplicação. Efetuar as seguintes adições:

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)	(6.)
0,5	0,05	0,015	2,15	8,15	15,250
0,18	0,076	0,255	0,075	2,25	7,080
0,05	0,153	0,0015	3,120	3,05	9,015
0,18	0,25	0,0450	5,85	7,005	10,010
0,07	0,205	0,075	1,45	0,85	12,020
0,75	0,120	0,125	0,018	8,75	15,180
1,73					

7. 0,75 + 0,07 + 018 + 0,05 + 0,18 + 0,05 + 0,16 = 1,44
.8 2,50 + 3,025 + 5,005 + 7,250 + 8,240 + 0,75 = ?
9. 0,25 + 10,2 + 15,45 + 7,205 + 3,15 + 0,2 = ?
10. 30,25 + 40,8 + 29,75 + 23,125 + 17,5 + 25,20 + 1,17 = ?

Subtração decimal

103. Na subtração decimal escreve-se o subtraendo debaixo do minuendo, e opera-se como se os dois termos da subtração fossem números inteiros, e no resto escreve-se a vírgula decimal.

Exercício de aplicação. Efetuar as seguintes subtrações:

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)	(6.)
0,845	0,750	0,625	0,008	0,125	8,705
0,625	0,425	0,085	0,005	0,015	4,085
0,220					

(7.)	(8.)	(9.)	(10.)	(11.)	(12.)
5,280	6,005	2,005	5,	25,2	18,005
3,090	1,750	0,720	0,75	15,02	9,010

13. 2,755 — 1,815 = ?
14. 9,120 — 0,850 = ?
15. 3,005 — 2,15 = ?
16. 25,15 — 14,16 = ?
17. 30,01 — 15,20 = ?
18. 0,754 — 0,285 = ?
19. 18,05 — 15,10 = ?
20. 29,001 — 18,25 = ?
21. 31,75 — 12 = ?

Multiplicação decimal

104. Na multiplicação decimal efetua-se a operação como se os dois fatores fossem números inteiros, e no produto, separam-se com a vírgula tantos algarismos quantos algarismos decimais contiverem ambos os fatores; e, se o produto não tiver número suficiente, prefixam-se-lhe cifras.

Para mais esclarecer esta direção vamos resolver três casos que podem ocorrer na multiplicação decimal:

Solução. No primeiro caso, como ha um algarismo decimal no multiplicando e outro no multiplicador, separam-se dois algarismos no produto, e o resultado será 63 inteiros.

No segundo caso, como ha quatro algarismos decimais nos dois fatores, separam-se quatro algarismos no produto, e o resultado será 0,1875.

No terceiro caso, como os dois fatores teem quatro algarismos decimais, e o produto tem só dois, prefixam-se duas cifras para igualar o número, e o resultado será 0,0075.

(1º)	(2º)	(3º)
7,5	0,25	0,15
8,4	0,75	0,05
300	125	0,0075
600	175	
63,00	0,1875	

Exercício de aplicação. Efetuar as seguintes multiplicações:

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)	(6.)
0,134	0,352	0,752	8,625	45,458	0,755
0,005	0,049	0,545	0,025	8,805	0,755
0,000670					

(7.)	(8.)	(9.)	(10.)	(11.)	(12.)
25,601	0,0755	0,750	4,25	700,2	0,00024
0,111	0,7502	0,008	3,05	400,7	0,00035

13. $0,525 \times 0,75 = ?$
14. $0,406 \times 0,94 = ?$
15. $0,720 \times 0,95 = ?$
16. $2,26 \times 0,45 = ?$
17. $7,35 \times 0,85 = ?$
18. $8,07 \times 0,90 = ?$
19. $25,2 \times 7,2 = ?$
20. $35,15 \times 8,6 = ?$
21. $40,3 \times 7,01 = ?$

Divisão decimal

105. Na divisão decimal ha três casos a considerar:

1° O dividendo e o divisor têm o mesmo número de algarismos decimais. 2° Quando o dividendo tem menos algarismos decimais de que o divisor; 3° Quando tem mais algarismos.

1° Caso. Problema. Dividir 10,665 por 0,237.

Solução. Os dois termos da divisão tendo o mesmo número de algarismos decimais, abstrai-se da virgula e opera-se como se fossem números inteiros. O quociente é 45.

2° Caso. Problema. Dividir 17,5 por 0,25.

Solução. Como o dividendo tem menos um algarismo decimal do que o divisor, iguala-se o número com uma cifra, no que não se altera o valor do dividendo, porque 0,5 = 0,50. Recai-se, assim, no 1.° caso e opera-se como em números inteiros; o quociente será 70 inteiros, isto é, 17,50 conteem 70 vezes a fração 0,25.

```
17,50 | ,25
175     70
000
```

Exercício de aplicação. Efetuar as seguintes divisões:

1. $22,5 \div 0,25 = 90$
2. $5,25 \div 0,75 = ?$
3. $11,2 \div 0,14 = ?$
4. $8,4 \div 2,1 = ?$
5. $8,25 \div 0,5 = ?$
6. $2,56 \div 0,032 = ?$

2ª Lição da divisão decimal

3.° Caso. Problema I. Dividir 0,5625 por 0,125.

Solução. Quando o dividendo tem mais algarismos decimais do que o divisor, separam-se no quociente com a virgula os algarismos que faltarem para igualar o número. Ora, o dividendo tem quatro e o divisor tem três, separa-se com a virgula um algarismo no quociente, e o resultado será 4,5 (4 inteiros e 5 décimos).

```
,5625 | ,125
500     4,5
 625
 625
 000
```

3.° Caso. Problema II. Dividir 0,0075 por 0,15.

Solução. Efetuada a divisão, o quociente é 5, mas, como o dividendo tem quatro algarismos, e o divisor tem só dois, teremos de apartar dois algarismos, no quociente; e como êste tem um só algarismo, prefixar-lhe-emos uma cifra, e o resultado será 0,05 (cinco centésimos).

```
,0075 | ,15
   75   ,05
   00
```

Exercício de aplicação. Efetuar as seguintes divisões:

		Respostas
1.	0,74 ÷ 0,25 = ?	2,96
2.	0,008 ÷ 0,5 = ?	0,016
3.	7,74 ÷ 4,8 = ?	?
4.	0,12 ÷ 1,6 = ?	?
5.	1,125 ÷ 0,03 = ?	?
6.	0,0081 ÷ 0,3 = ?	?
7.	79,1 ÷ 0,125 = ?	632,8
8.	3,74 ÷ 0,25 = ?	?
9.	0,725 ÷ 29 = ?	0,025
10.	32,4 ÷ 1,8 = ?	?
11.	2,56 ÷ 0,64 = ?	?
12.	0,288 ÷ 0,036 = ?	?

SISTEMA METRICO

106. O sistema de pesos e medidas adotado no Brasil, desde 1 de Julho de 1873, é o sistema métrico decimal.

As unidades principais dêste sistema, que foram autorizadas por lei no Brasil, são as quatro seguintes:

Metro, unidade de comprimento.

Metro quadrado, unidade de superficie.

Metro cúbico, unidade de volume.

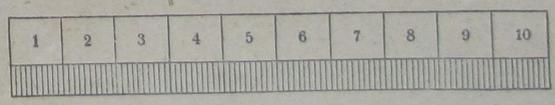
Litro, unidade de capacidade usada geralmente para liquidos.

Quilograma, unidade de pêso.

Are, medida agrária, isto é, para terrenos de cultura.

Estas unidades teem as seguintes dimensões e divisões:

107. O metro tem aproximadamente o comprimento da décima milionésima parte da distância do Equador ao Pólo, e é a unidade fundamental de sistema, porque dela se derivam as outras unidades.

O metro divide-se em 10 decimetros;
o decimetro divide-se em 10 centimetros;
o centimetro divide-se em 10 milimetros.

Esta escala mostra o tamanho exato de um decimetro dividido em dez centimetros, e cada centimetro dividido em dez milimetros

O quilômetro, que tem mil metros, é a unidade para medir grandes distâncias. As frações do quilômetro são avaliadas em metros. Assim, uma estrada de quatro mil e oitocentos metros, diz-se que tem 4 quilômetros e 800 metros.

Fórma do litro

108. O litro tem a capacidade de um decímetro cúbico; a medida efetiva tem a fórma cilíndrica para a medição de liquidos. O litro divide-se em 10 decilitros; o decilitro divide-se em 10 centilitros; o centilitro divide-se em 10 mililitros.

O múltiplo do litro, que serve de base para grandes avaliações, é o **hectolitro** e tem cem litros. O decalitro (10 litros) é inteiramente desusado entre nós.

Fórma do quilograma

109. Como a própria formação da palavra indica (*quilo* quer dizer *mil*), o quilograma é o peso de 1.000 gramas. Por sua vez, o grama tem, aproximadamente, o pêso de um centimetro cúbico de água distilada na temperatura de 4°.

O grama divide-se em 10 decigramas; o decigrama divide-se em 10 centigramas; o centigrama divide-se em 10 miligramas.

Emprega-se simplesmente a palavra **quilo** em vez de quilogramo.

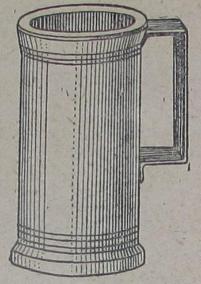
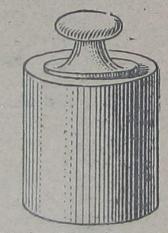
110. O **metro quadrado** é a superfície de um quadrado com 1 metro de lado.

O metro quadrado divide-se em 100 decimetros quadrados; o decímetro quadrado divide-se em 100 centímetros quadrados; o centímetro quadrado divide-se em 100 milímetros quadrados.

111. O are representa um quadrado com 10 metros de lado, ou 100 metros quadrados.

O are divide-se em 100 centiares.

O centiare equivale a um metro quadrado.

O múltiplo do are é o **hectare**, que tem cem ares.

Para as grandes superfícies a unidade usada é o **quilômetro quadrado** que corresponde a 1.000.000 de metros quadrados.

Nota. Não ha nenhuma medida ou instrumento chamado metro quadrado nem are, como acontece com as outras unidades do sistema métrico. Quando, por exemplo, queremos avaliar a grandeza de um terreno retangular, medimos o seu comprimento, depois a sua largura, e multiplicados êstes dois dados, achamos o número de metros quadrados que tem a superfície do terreno. Dividido depois êste número por 100 (que é o nú-

mero de metros quadrados que tem o are), achamos o número de ares que tem o terreno. (Vide n.° **48**).

A tabela seguinte mostra todos os múltiplos e divisões das quatro unidades métricas acompanhadas dos seus valores em algarismos:

			....	1000
Quilômetro	Quilograma	Quilolitro	Hectare	100
Hectômetro	Hectograma	Hectolitro		10
Decâmetro	Decagrama	Decalitro	....	
Metro	**Grama**	**Litro**	**Are**	**Unidade**
Decímetro	Decigrama	Decilitro	....	0,1
Centímetro	Centigrama	Centilitro	Centiare	0,01
Milímetro	Miligrama	Mililitro	....	0,001

Nota. Os múltiplos usados entre entre nós são só o quilômetro, o quilograma, o hectolitro e o hectare. Todos os outros multiplos são inteiramente desusados na prática.

Exercício oral de aplicação.

1. Quantos decímetros teem 2 metros? quantos centímetros? quantos milímetros?
2. Quantos metros são 200 centímetros? e 300 centímetros ?
3. Quantos metros são 20 decímetros?
4. Dois quilômetros quantos metros são? e 3 quilômetros ?
5. Dois quilogramas quantos gramas teem? e 3 quilogramas ?
6. Quantos decigramas tem 1 grama? e 3 gramas?
7. Dois litros quantos decilitros teem? e três litros ?
8. Um hectolitro quantos litros tem? e dois hectolitros ?

112. Para se exprimir abreviadamente uma medida escreve-se a letra inicial do nome da unidade logo em seguida ao número. Assim,

5m lê-se 5 metros,	8a lê-se 8 ares.
6l lê-se 6 litros,	12g lê-se 12 gramas,

Se a medida é uma fração da unidade principal escreve-se uma cifra no lugar do número inteiro e à direita escreve-se a fração separada por uma vírgula, notando que as frações que correspondem a décimos, centésimos e milésimos da unidade principal se escrevem na mesma ordem que os décimos, centésimos e milésimos das frações decimais (Vêde n. 97). Assim,

0,6 m lê-se 6 decímetros.	0,15 l lê-se 15 centilitros.
0,08 g lê-se 8 centigramas.	0,005 m lê-se 5 milímetros.

113. A abreviatura da palavra quilômetro é km.; e da palavra quilògramo é kg.; a da palavra hectolitro é hl, e a de hectare é ha. Assim,

24 km. lê-se 24 quilòmetros,	25 ha. lê-se 25 hectares.
16 kg. lê-se 16 quilogramas.	36 hl. lê-se 36 hectolitros,

114. As frações de um quilômetro são expressas em metros; assim, 8,500km lê-se 8 quilômetros e 500 metros. As frações do quilograma exprimem-se em gramas, de sorte que a expressão 15,250kg lê-se: 15 quilos e 250 gramas.

Exercício de aplicação. Os discípuuIos devem lêr as seguintes expressões:

0,2m	15,50m	36km.	137,50m	18,200km
0,30g	18,05g	12kg.	128,005g	29,256kg
0,151	12,0081	28hl.	130,51	17,150km
0,01m	30,5m	57ha.	248,105m	25,90ha

AS QUANTIAS E A MOEDA ATUAL

115. Já vimos no nº 17 (pag. 7) que, desde 5 de Outubro de 1942, é o **cruzeiro** a unidade de moeda no Brasil.

O cruzeiro tem um submúltiplo: o **centavo**, que é a centésima parte do cruzeiro.

O cruzeiro corresponde ao mil réis do antigo sistema.

Sempre que se escrever uma importância em dinheiro, isto é, sempre que um número exprimir dinheiro, deve ser precedido do símbolo Cr$.

Desde que já sabemos ler e escrever os números decimais, é muito fácil ler e escrever as importâncias: basta considerar o número de cruzeiros como unidades e o número de centavos como centésimos. No caso de um número exato de cruzeiros, colocam-se dois zeros após a virgula para exprimir que não há centavos. Exemplos:

2 cruzeiros e 40 centavos ...... Cr$ 2,40
85 centavos .... Cr$ 0,85
5.832 cruzeiros e 70 centavos .... Cr$ 5.832,70
45 cruzeiros .... Cr$ 45,00

Para se ler um número que exprima dinheiro, deve-se, então, ler primeiramente a parte inteira acrescentando-se a palavra *cruzeiros* e em seguida ler a parte decimal acrescida da palavra *centavos*. Assim,

Cr$ 5,30 lê-se 5 *cruzeiros* e 30 *centavos*.

116. As operações com as importâncias expressas em cruzeiros e centavos se fazem pelas mesmas regras já estudadas para os números decimais.

Exemplos:

SOMA

Cr$ 5,40
Cr$ 3,80
Cr$ 7,32
Cr$ 3,58

Cr$ 20,10

SUBTRAÇÃO

Cr$ 12,30
Cr$ 7,80

Cr$ 4,50

MULTIPLICAÇÃO

Cr$ 7,36
Cr$ × 5

Cr$ 36,80

DIVISÃO

Cr$ 76,40 | 8
44 Cr$ 9,55
40
0

Exercício oral de aplicação: Ler as quantias:

1. Cr$ 3,40	3. Cr$ 0,70	5. Cr$ 5,00	7. Cr$ 35,45
2. Cr$ 2,80	4. Cr$ 0,80	6. Cr$ 2,00	8. Cr$ 20,80

Exercício escrito sobre moedas:

9. Uma pessoa tinha Cr$ 325,40 e ganheu Cr$ 24,80. Com quanto ficou ? Resp. ?

10. Pagou-se a quantia de Cr$ 36,80 com uma nota de Cr$ 100.00. Qual foi o troco ?

11. Comprei 8 escovas de dentes à razão de Cr$ 4,20 cada uma. Quanto paguei? Resp. ?

12. Qual o preço de 13,75m de fazenda a Cr$ 6,20 o metro? Resp. Cr$ 85,25.

13. Quanto custam 2,500 kg de manteiga a Cr$ 10,40 por kg ? Resp. Cr$ 26,00

14. Custando 8,75m de um tecido Cr$ 105,00 qual o custo de um metro? Resp. Cr$ 12,00.

15. Calcular o preço de um litro de vinho sabendo que 4,5 litros custaram Cr$ 11,70 ? Resp. ?

16. Calcule a fatura abaixo e diga qual o troco si ela for paga com uma nota de Cr$ 200,00:

12 mangas	a Cr$ 0,40	Cr$ 4,80
15 peras	a Cr$ 1,20	Cr$
9 abacates	a Cr$ 0,40	Cr$
5 melancias	a Cr$ 2,00	Cr$
18 maçãs	a Cr$ 0,80	Cr$
5 kg de uvas	a Cr$ 4,20	Cr$
4,5 kg de figos	a Cr$ 3,80	Cr$
1,700 kg de manteiga	a Cr$ 8,00	Cr$

Resp. Cr$ 97,5.

Exercício escrito de aplicação.

9. **Qual é a soma 8,50m mais 7,75m ?**

Solução. Somando as duas parcelas, como se fossem números decimais (veja n.º 102), o resultado é 16,25m (16 metros e 25 centímetros).

```
  8,50m
  7,75m
 ------
 16,25m
```

10. Quanto somam 25,8*l* e 16,15*l* ? Resp. ?

11. Achar a soma de 16,7g; 18,2g e 9,18g ?

12. **De uma peça de fita que tem 8,50m tirando 5,75m, quanto resta?**

Solução. Operando a subtração como se os dois termos fossem números decimais (veja n.º 103) vemos que o resto é 2,75m, (2 metros e 75 centímetros).

```
 8,50m
 5,75m
 -----
 2,75m
```

13. De 15,75*l* tirando 6,15*l*, quanto resta ? Resp. ?

14. De 18 quilos e 500 gramas tirando 7 quilos e 800 gramas, quanto resta ? Resp. ?

15. **Uma peça tem 13,75m de morim. Quantos metros teem 800 peças ?**

Solução. Multiplicando os dois fatores como se fossem números inteiros, e depois separando dois algarismos no produto, por haver dois algarismos decimais em um dos fatores (n.º 104), temos 11000, isto é, 11.000m.

```
    13,75
      800
 --------
 11000,00
```

16. Quanto pesam 600 pacotes de açúcar a 6,500 kg cada pacote ?

17. Quantos litros de alcool se obtém esvaziando 400 vidros com 0,255*l* cada vidro ?

18. **Pesando 13,75m de uma tela 660 gramas, qual é o peso de cada metro dessa tela ?**

Solução. Como no divisor ha dois algarismos decimais, acrescentam-se duas cifras ao dividendo. (Vide a divisão decimal 1º caso). Depois efetua-se a divisão como se os dois números fossem inteiros, e o quociente é 44. O peso de cada metro é 44 gs.

```
660,00 | 13,75
11000    48
00000
```

19. Pesando 61,5 litros de azeite 5,850kg, qual é o peso de cada litro ? Resp. ?

A seguir: **Aritmética Elementar Ilustrada** do mesmo autor.

N.º 3.758 — Oficinas Gráficas da Livraria Francisco Alves

TABOADA DE MULTIPLICAR

2	vezes	1	são	2	3	vezes	1	são	3	4	vezes	1	são	4
2	»	2	»	4	3	»	2	»	6	4	»	2	»	8
2	»	3	»	6	3	»	3	»	9	4	»	3	»	12
2	»	4	»	8	3	»	4	»	12	4	»	4	»	16
2	»	5	»	10	3	»	5	»	15	4	»	5	»	20
2	»	6	»	12	3	»	6	»	18	4	»	6	»	24
2	»	7	»	14	3	»	7	»	21	4	»	7	»	28
2	»	8	»	16	3	»	8	»	24	4	»	8	»	32
2	»	9	»	18	3	»	9	»	27	4	»	9	»	36
2	»	10	»	20	3	»	10	»	30	4	»	10	»	40

5	vezes	1	são	5	6	vezes	1	são	6	7	vezes	1	são	7
5	»	2	»	10	6	»	2	»	12	7	»	2	»	14
5	»	3	»	15	6	»	3	»	18	7	»	3	»	21
5	»	4	»	20	6	»	4	»	24	7	»	4	»	28
5	»	5	»	25	6	»	5	»	30	7	»	5	»	35
5	»	6	»	30	6	»	6	»	36	7	»	6	»	42
5	»	7	»	35	6	»	7	»	42	7	»	7	»	49
5	»	8	»	40	6	»	8	»	48	7	»	8	»	56
5	»	9	»	45	6	»	9	»	54	7	»	9	»	63
5	»	10	»	50	6	»	10	»	60	7	»	10	»	70

8	vezes	1	são	8	9	vezes	1	são	9	10	vezes	1	são	10
8	»	2	»	16	9	»	2	»	18	10	»	2	»	20
8	»	3	»	24	9	»	3	»	27	10	»	3	»	30
8	»	4	»	32	9	»	4	»	36	10	»	4	»	40
8	»	5	»	40	9	»	5	»	45	10	»	5	»	50
8	»	6	»	48	9	»	6	»	54	10	»	6	»	60
8	»	7	»	56	9	»	7	»	63	10	»	7	»	70
8	»	8	»	64	9	»	8	»	72	10	»	8	»	80
8	»	9	»	72	9	»	9	»	81	10	»	9	»	90
8	»	10	»	80	9	»	10	»	90	10	»	10	»	100